

Análisis, Síntesis y Aplicación de Circuitos Ópticos Birrefringentes Tipo FIR de Dos Puertos en Celosía con Cristales Líquidos

Analysis, Synthesis and Application of Lattice Two Port FIR type Birefringent Optical Circuits with Liquid Crystals

Salvador Vargas¹, Jorge Rodríguez², Raymond Quintero³, Luis Méndez⁴, Miguel Hernández⁵

^{1, 2, 3, 4, 5} Facultad de Ingeniería Eléctrica, Universidad Tecnológica de Panamá

¹ salvador.vargas@utp.ac.pa, ² jorge.rodriguez13@utp.ac.pa, ³ raymond.quintero@utp.ac.pa, ⁴ luis.mendez@utp.ac.pa, ⁵ miguel.hernandez1@utp.ac.pa

Resumen— Los cristales líquidos los encontramos en gran variedad de equipos a nuestro alrededor. Sus aplicaciones más comunes son de pantallas demostradoras en los equipos tales como calculadoras, televisores o computadoras. Sin embargo, también tienen otras aplicaciones menos conocidas como sensores de temperatura, como elementos de realimentación distribuida en láseres, materiales dieléctricos con permitividades sintonizables, como componentes de relleno en fibras de cristal fotónico con el punto de dispersión cero sintonizables, controladores de polarización, hasta en el filtrado de señales ópticas. En este artículo se estudia la aplicación de este tipo de componentes al filtrado de señales ópticas. Se presenta y se analiza un circuito óptico tipo FIR en estructura en celosía que utiliza cristales líquidos para el filtrado de señales ópticas y la forma en que se sintetiza el mismo, basados en las técnicas del procesado de señales en tiempo discreto, además se da una novedosa aplicación del mismo, ilustrándose mediante un ejemplo. En este artículo primero se ve una introducción a la radiación electromagnética además de explicar las técnicas de las matrices de transferencia ópticas. Se da una breve explicación sobre la polarización de la luz. Posteriormente se presentan los tipos de cristales líquidos más utilizados que existen en la actualidad. Se analiza el comportamiento de la luz en un circuito con dos entradas y dos salidas en su recorrido a través de células de cristal líquido nemático con alineación homogénea, además de presentar las ecuaciones necesarias para la síntesis de filtros ópticos con funciones de transferencia arbitrarias. Finalmente se presenta un ejemplo de aplicación novedoso, en el área de las comunicaciones ópticas, donde se ecualiza el espectro de emisión estimulada de un amplificador óptico de fibra dopada con Erblio.

Palabras Claves— circuito óptico, cristal líquido nemático, estructura en celosía, para-hermitiano, polarización.

Abstract— Liquid crystals are found in a variety of equipment around us. Its most common applications are demonstrative displays in calculators, TVs or computers. However, also have other less popular applications such as temperature sensors, elements of distributed-feedback on lasers, dielectric materials with tunable permittivity, as fill component in photonic crystal fibers with tunable zero dispersion point, polarization controllers, even in optical signals filtering. In this article we study the application of this type of components to the filtering of optical signals. We present and analyzing a FIR type optical circuit with lattice structure that uses liquid crystals for filtering optical signals and the form of synthesize it, based on the techniques of discrete-time signal processing, also a novel application of it is done, illustrating it with an example. In this article first we do an introduction to electromagnetic radiation and an explanation of the techniques of optical transfer matrices. A brief explanation of light polarization is given. Subsequently the most commonly used liquid crystals types that currently exist are presented. We discuss the light behavior in a circuit with two inputs and two outputs while light go through of nematic liquid crystals cells with homogeneous alignment, as well as the necessary equations for the synthesis of optical filters with arbitrary transfer functions. Finally, we present a novel application example, in optic communications area where an equalization of the spontaneous emission of an Erbium doped fiber optical amplifier, is done.

Keywords— optical circuit, nematic liquid crystal, lattice structure, para-hermitian, polarization.

Tipo de Artículo: Original

Fecha de Recepción: 7 de marzo de 2016

Fecha de Aceptación: 11 de octubre de 2016

1. Introducción

Los filtros ópticos son importantes en un gran número de aplicaciones en campos que van desde las comunicaciones ópticas hasta la astronomía. Los mismos pueden formar parte de multiplexores, demultiplexores [1] - [2], conmutadores, moduladores, matrices de conmutación óptica [3], o trabajar como filtros ecualizadores de ganancia de amplificadores, compensadores de dispersión [4], o filtros para comunicaciones WDM [5]. La respuesta en frecuencia de cada una de estas aplicaciones es diferente, y tiene que ser ajustada de acuerdo a las necesidades requeridas en la aplicación.

Esta necesidad ha impulsado el desarrollo de técnicas de diseño que permiten sintetizar, en circuitos ópticos, las funciones de transferencia que generan las respuestas en frecuencia particulares requeridas en cada una de estas aplicaciones. Entre estas destacan las basadas en el procesamiento de señales, que mediante técnicas recurrentes permiten la síntesis de filtros de respuesta finita al impulso (FIR) y de respuesta infinita al impulso (IIR) [6]. Estas técnicas, al igual que su contraparte digital, solo pueden sintetizar funciones de transferencia periódicas, sin embargo, recientemente se han desarrollado técnicas que combinando dispositivos con funciones de transferencia no periódicas y estructuras resonantes ópticas tipo IIR, permiten la síntesis de filtros ópticos no periódicos [7].

Por otro lado, los cristales líquidos, tienen aplicaciones que van desde las muy conocidas, en pantallas de calculadoras, computadoras, televisores, juegos electrónicos, televisores, etc., hasta aplicaciones más desconocidas como su utilización en termometría, termografía, como parte de paneles solares, o en la implementación de filtros ópticos birrefringentes.

Los filtros ópticos birrefringentes utilizan las propiedades de birrefringencia de ciertos materiales como cristales de cuarzo, niobato de litio (cristales con alta birrefringencia), para generar filtros de banda estrecha. Soluciones conocidas de este tipo de filtros son la familia de filtros Lyot-Ohman [8], [9] y los filtros Solc [8], [10]. Ambos tipos de filtros utilizan apilamientos de láminas de retardo (láminas con propiedades birrefringentes) de entre 0.5 – 5 Amstrongs de espesor y polarizadores, en diferentes configuraciones, para lograr este objetivo. Lyot desarrolló su filtro [9], utilizando una configuración

alternada de retardadores y polarizadores, en donde cada lámina sucesiva tenía el doble del espesor que la anterior y los ejes ópticos (ordinario y extraordinario) formaban un ángulo de 45 grados con respecto a los ejes cartesianos (horizontal y vertical). En contraste los filtros Solc, en sus dos variantes, plegada y abanico, solo utilizan dos polarizadores, uno al principio y otro al final, y el espesor de las láminas retardadoras es el mismo. En cuanto al ángulo de los ejes ópticos con respecto a los ejes cartesianos, en la configuración plegada el mismo se alterna, a valores positivos y negativos, pero siempre manteniendo el mismo módulo, mientras que en la de abanico el ángulo no se alterna en signo, sino que se incrementa por un valor constante para cada lámina retardadora subsiguiente. Estos filtros, sin embargo, generan respuestas en frecuencias ópticas fijas, y no permiten la síntesis de funciones de transferencia arbitrarias.

Los cristales líquidos son materiales ideales para ser utilizados en filtros birrefringentes sintonizables debido a características tales como una alta anisotropía óptica (alta birrefringencia), lo que permite su utilización como láminas retardadoras, y bajo voltaje de operación que los hace baratos y confiables [11]. Incluso los polarizadores utilizados en los mismos pueden ser implementados incluyendo colorantes dicroicos en células del cristal con alineación homogénea.

En este trabajo se presenta el análisis genérico de un circuito óptico formado por un polarizador a la entrada, seguido de células de cristal líquido apiladas de manera consecutiva, funcionando cada una de estas como láminas retardadoras. Se explica cómo este circuito se puede utilizar para sintetizar funciones de transferencia ópticas para diferentes aplicaciones, utilizando las herramientas desarrolladas para el procesamiento de señales. Y se presenta una aplicación novedosa del mismo, en donde se sintetiza en este circuito la función de transferencia de un ecualizador de ganancia de un amplificador óptico de fibra dopada con Erblio.

Para lograr este objetivo, primero se presenta una introducción a la radiación electromagnética y las matrices de transferencia ópticas. Luego se da un repaso de la polarización de la luz, se hace una introducción a los tipos de cristales líquidos más utilizados en la actualidad, además de describir las células de cristal líquido que se utilizan como retardadores. Posteriormente se presenta y analiza el

circuito óptico que se utilizará, y se da una descripción de como se puede utilizar métodos de síntesis desarrollados en el mismo. Para finalmente presentar un ejemplo de aplicación novedoso utilizando el mismo.

2. La radiación electromagnética

El objetivo de esta sección no es dar un análisis matemático completo de la radiación electromagnética, sino darle al lector una introducción de la naturaleza de la radiación electromagnética y de sus características. Para un análisis matemático detallado puede ver [12].

Para entender las radiaciones electromagnéticas, hay que ver los puntos de vista opuestos (ahora aceptados) que han coexistido a lo largo de la historia para explicar los fenómenos de la luz visible, una forma de onda electromagnética. En el siglo XVII, Isaac Newton defendió la teoría de que la luz son partículas (Teoría Corpuscular). En esos mismos años, Huygens y Hooke (combativos rivales de Newton) apoyaron la hipótesis de que la luz es una onda (Teoría Ondulatoria). Ambas teorías aportaban experimentos que corroboraban el modelo. La teoría sobre una naturaleza corpuscular de la luz, sustentada por el enorme prestigio de Newton, prevaleció durante el siglo XVIII, pero debió ceder hacia mediados del siglo XIX frente a la teoría ondulatoria que fue contrastada con éxito con la experiencia. En la física actual, el descubrimiento de nuevos fenómenos ha llevado (sin arrinconar la teoría ondulatoria) a una conciliación de ambas ponencias teóricas. El punto de vista actual es aceptar el hecho de que la luz posee una doble naturaleza que explica de forma diferente los fenómenos de la propagación de la luz (naturaleza ondulatoria) y de la interacción de la luz y la materia (naturaleza corpuscular). Esta dualidad onda/partícula, postulada inicialmente para la luz, se aplica en la actualidad de manera generalizada para todas las partículas materiales y constituye uno de los principios básicos de la mecánica cuántica.

La radiación electromagnética es una forma de energía radiante que se propaga en el espacio mediante paquetes pequeños llamados cuantos o fotones. Esta es emitida y absorbida por partículas cargadas, cuando interactúa con la materia. Esta radiación es una onda de naturaleza transversal y vectorial, que en el vacío se propaga normalmente en línea recta a una velocidad característica, la velocidad de la luz, que es aproximadamente 3×10^8 m/s. Además esta onda

electromagnética posee un campo eléctrico y un campo magnético los cuales oscilan uno perpendicularmente al otro, y ambos perpendiculares a la dirección de propagación de la onda y la energía, descritos por el vector de Poynting. Para ondas planas armónicas, la periodicidad espacial de la onda se llama longitud de onda λ , y la periodicidad temporal, el cual es igual al inverso de la frecuencia f , periodo. La velocidad de la luz para estas viene dada por $v = \lambda f$. La razón de la velocidad de la luz en el vacío con respecto a la velocidad de la luz en el medio es el índice de refracción $n = c/v$. Y la energía transportada por cada fotón es proporcional a la frecuencia del mismo a través de la constante de Planck h , que vale $6.6235 \cdot 10^{-34}$ J·s.

En nuestro estudio nos interesa más el enfoque ondulatorio de la luz, ya que los fenómenos de interferencia y polarización, necesarios para comprender el funcionamiento del circuito óptico aquí tratado, son explicados a través de esta teoría. Fue Christiaan Huygens, el padre de la teoría ondulatoria, el que concluyó que la luz se retrasa al entrar a un medio más denso [12], el que derivó las leyes de reflexión y refracción, y que incluso explicó el fenómeno de la doble refracción de la calcita, usando su teoría ondulatoria. El que descubrió el fenómeno de la polarización cuando estaba trabajando con esta, fenómeno que abordaremos posteriormente.

3. Matrices de transferencia

Las matrices de transferencia ópticas, son una técnica utilizada en el cálculo de los sistemas ópticos para relacionar los campos de un lado, en una red de dos puertos óptica, con los del otro. Esta técnica provee un mecanismo formal para describir un sistema óptico complejo. En nuestro caso, el sistema óptico es descrito por una matriz 2×2 llamada matriz de transferencia, expresada en el dominio de la transformada Z.

Un caso especial de estas matrices de transferencia son las matrices de Jones. Estas son matrices 2×2 que actúan sobre los vectores de Jones, los cuales son vectores que describen el estado de polarización de luz. Los mismos se aplican solo a ondas polarizadas, en contraste de los vectores de Stokes que también pueden ser aplicados a ondas no polarizadas. Los componentes del vector de Jones, describen las amplitudes y las fases del campo eléctrico en las direcciones x e y ,

perpendiculares a la dirección de propagación de la onda electromagnética.

El método matricial es muy conveniente para el análisis a desarrollar ya que la matriz de transferencia del circuito óptico de dos puertos, es resultado del producto de las matrices de transferencia de los componentes individuales en el sistema, como se verá más adelante.

Cada una de estas matrices, debido a que se consideran células de cristal líquido sin pérdidas, son unitarias, además de que mediante una factorización se fuerzan a ser unimodulares, es decir, que tiene un determinante igual a 1.

Una matriz 2x2 expresada de la siguiente manera:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Es unitaria y unimodular si sus elementos cumplen las siguientes relaciones:

$$m_{22} = m_{11}^* \quad (2)$$

$$m_{21} = -m_{12}^* \quad (3)$$

$$m_{11}m_{11}^* + m_{21}m_{21}^* = 1 \quad (4)$$

$$m_{12}m_{12}^* + m_{22}m_{22}^* = 1 \quad (5)$$

$$m_{11}m_{12}^* + m_{12}m_{11}^* = 0 \quad (6)$$

$$m_{21}m_{22}^* + m_{22}m_{21}^* = 0 \quad (7)$$

Como vemos de (1) – (7), conociendo uno de los elementos de la matriz conocemos todos los demás, y la suma de los elementos al cuadrado de cada fila o cada columna es igual a 1.

El circuito óptico a analizar tiene una estructura en celosía [13] - [14], con N etapas tipo FIR, con dos entradas y dos salidas, resultado de la interconexión de varias etapas. Los filtros con estructura en celosía se utilizan ampliamente en el procesado digital de voz y en la implementación de filtros adaptativos. La forma de celosía utilizada, se describirá en el documento mediante ecuaciones y formulaciones presentes en el análisis.

Para el análisis de este estudio se utilizaron células de cristal líquido como láminas retardadoras de luz.

4. Polarización de la luz

Una onda plana electromagnética armónica, polarizada linealmente, es una onda transversal compuesta por un campo eléctrico y un campo

magnético simultáneos oscilando perpendicularmente entre sí; con el producto cruz de los vectores $E \times B$ apuntando en la dirección de propagación de la misma, tal y como se muestra en la Figura 1.

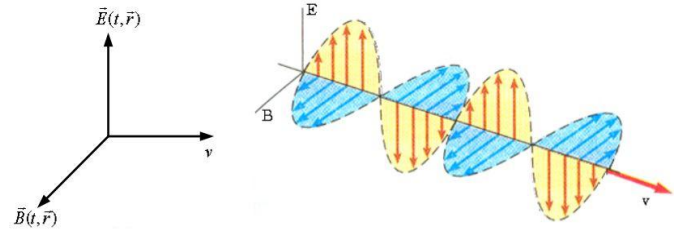


Figura 1. Polarización de la onda electromagnética senoidal, viajando a velocidad v , con polarización lineal (campo eléctrico y campo magnético perpendiculares a la dirección de propagación).

Las ecuaciones que gobiernan la onda plana en el vacío, moviéndose en la dirección de x están dadas por las leyes de Maxwell como sigue:

$$\vec{E}_y = A \cos(\omega t - kx) \quad (8)$$

$$\vec{B}_x = -\frac{A}{c} \cos(\omega t - kx) \quad (9)$$

Donde A es la amplitud del campo eléctrico inicial de la onda, ω es la frecuencia angular temporal, k es el número de onda angular o frecuencia angular espacial.

Para (8) y (9) la frecuencia angular ω (radianes por segundo) está relacionada con el periodo T (segundos) y la frecuencia f (ciclos por segundo o Hertz) a través de la ecuación:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (10)$$

Si la oscilación del campo eléctrico se da siempre sobre un plano que incluye la dirección de propagación, ver figura 1, decimos que la onda está polarizada linealmente. Si el vector campo eléctrico forma círculos a medida que la onda avanza en su dirección de propagación se dice que tenemos polarización circular. Y finalmente si este forma elipses en su avance, se dice que tiene polarización elíptica.

En la figura 2, se aprecia los tres tipos de polarización mencionados, con una descripción de las componentes del campo eléctrico y la forma geométrica que dibujan sus vectores campo eléctrico resultante

sobre un plano perpendicular a la dirección de propagación.

Como vemos de figura 2, en la polarización circular dos componentes perpendiculares de la misma amplitud están desplazadas 90 o -90 grados. En la elíptica, las amplitudes de cada componente son diferentes y están desfasadas 90 grados (o las amplitudes son iguales y su desfase diferente a 0, 90 o 180 grados). Mientras que en la lineal las amplitudes de cada componente del campo eléctrico están en fase o contrafase (180 grados). En este caso no importa el valor de las amplitudes de las componentes, pudiendo incluso ser cero una de ellas, como es el caso de la figura 2.

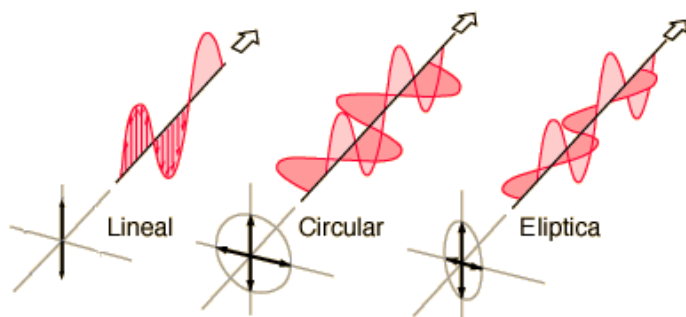


Figura 2. Campos eléctricos de luz polarizada linealmente, circularmente y de manera elíptica.

Los estados de polarización de un haz de luz pueden ser variados, de modo que se puede pasar de un haz con polarización lineal a uno con polarización circular y viceversa, o hacia uno elíptico y viceversa. Esto se logra a través de provocar retrasos en las componentes de luz ortogonales, de modo que retrasando una de las componentes con respecto a la otra, una cantidad que haga que las mismas se encuentren en fase (o contrafase), se logra una polarización lineal. Luego, se escogen ejes ortogonales a 45 grados con el eje de polarización lineal de la onda logrado, y posteriormente se retrasa una de las componentes 90 o -90 grados, para obtener una luz polarizada circularmente, o un ángulo diferente para lograr una polarización elíptica.

El retraso de las componentes de un haz de luz polarizado, se consigue variando la velocidad de propagación de cada una de sus componentes. Esto implica que diferentes polarizaciones vean diferentes índices de refracción. Esta propiedad se llama birrefringencia o doble refracción, y los materiales que

la tienen se denominan materiales birrefringentes. La calcita (carbonato de calcio) o esparto de Islandia, material con el que trabajó Huygens cuando descubrió la polarización, es uno de estos.

El fenómeno de birrefringencia sólo puede ocurrir si la estructura del material es anisótropa. Si el material tiene un solo eje de anisotropía, (es decir, es uniaxial), puede describirse asignando dos índices de refracción diferentes al material para las distintas polarizaciones.

Los cristales uniaxiales, pertenecen a los sistemas de cristales hexagonales, tetragonales y trigonales, y en los mismos existe una dirección tal que cualquier luz propagándose en esta dirección en el cristal tiene la misma velocidad, independientemente de su estado de polarización. Esta dirección se llama eje óptico, y el índice de refracción que ve la luz en esta dirección se llama índice de refracción ordinario. Por el contrario el índice de refracción que ve un rayo de luz propagándose perpendicularmente al eje óptico y con polarización lineal a lo largo del mismo se llama índice de refracción extraordinario.

La birrefringencia, también puede aparecer en materiales biológicos, e indica una ordenación de las moléculas, por ejemplo orientados entre sí, como sucede en un cristal. Este mismo fenómeno se observa también en los cristales líquidos.

5. Cristales líquidos

Los cristales líquidos son sustancias que tienen características de los sólidos y los líquidos. En un líquido, todas sus moléculas pululan de forma desordenada y sin una posición fija. Por otra parte, en un sólido las moléculas se encuentran pegadas unas a otras de forma rígida, siguiendo algún patrón en el que se encuentran ordenadas. En un cristal líquido, el término cristal se refiere a materiales que tienen esa clase de estructura ordenada, pero como su segundo nombre indica (líquido) la posición de estas moléculas no es precisamente muy ordenada. Lo que lo hace diferente a un líquido ordinario, es la forma alargada y delgada de sus moléculas. Aunque la posición de las moléculas sea aleatoria, su orientación puede ser alineada unas con otras en un patrón. Eso es lo que crea la estructura ordenada, como en los sólidos, de un cristal líquido. De este modo, la estructura de los cristales líquidos viene descrita fundamentalmente por dos parámetros: el orden posicional y el orientacional.

El orden orientacional se caracteriza por el parámetro S , que vale 1 para los sólidos, 0 para los líquidos y en los cristales líquidos suele encontrarse entre 0.3 - 0.6. La dirección en la que se alinean las moléculas de cristal líquido se llama director. Por otro lado, el orden posicional se da en materiales en los que los centros de masa de las moléculas pasan más tiempo en unas capas que en otras. Habrá oscilaciones en la densidad de centros de masa a lo largo del eje que cojamos como referencia. En este caso, el parámetro de orden (Ψ) medirá la amplitud de estas oscilaciones.

Los cristales líquidos son un tipo de material dieléctrico que debido a su orden orientacional poseen características ópticas y eléctricas anisótropas. La anisotropía eléctrica se refiere a que la velocidad de propagación de la luz varía según dirección y la polarización en que es examinada. Y la eléctrica se refiere a que en presencia de un campo eléctrico, modifican su orientación molecular de manera que el director tiende a alinearse con el campo eléctrico. Esta anisotropía eléctrica altera el efecto del cristal sobre la luz polarizada, lo que se utiliza en aplicaciones como, interrupción, conmutación, cambio de polarización, etc., de haces de luz, controladas eléctricamente.

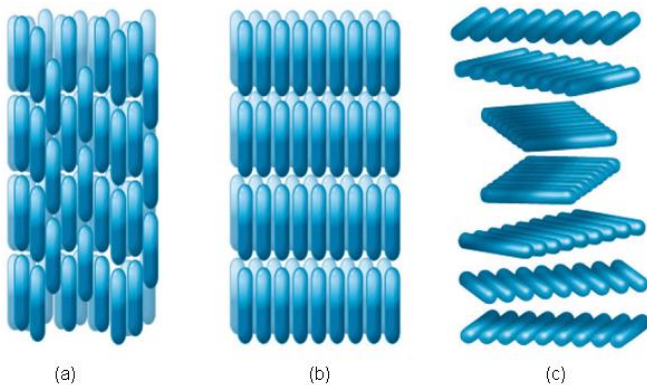


Figura 3. (a) Cristales líquidos de tipo nemáticos; (b) Cristales líquidos de tipo esmécticos; (c) Cristales líquidos de tipo colestéricos.

Al igual que en otros materiales, en los cristales líquidos también podremos encontrar diferentes estructuras (fases) para un mismo material. La diferencia entre unas y otras residirá en el tipo y extensión de orden presente. Según como se ordenen

dichas moléculas, se pueden clasificar tres tipos de cristales líquidos:

Cristales líquidos del tipo nemáticos; sus moléculas tienden a ser paralelas, pero sus posiciones son aleatorias.

Cristales líquidos de tipo esmécticos; sus moléculas son paralelas, sin embargo, sus centros se apilan en capas paralelas dentro de las cuales mantienen posiciones aleatorias. Al final mantienen un orden posicional en una sola dimensión.

Cristales líquidos de tipo colestéricos; estos son una forma distorsionada de los nemáticos. Aquí su orientación se somete a una rotación helicoidal alrededor de un eje.

En la figura 3 se aprecian los posicionamientos y orientaciones de los cristales líquidos mencionados.

En este trabajo, el circuito que se analiza utiliza células de cristal líquido del tipo nemático como retardadores. La célula utilizada consiste en una capa delgada de cristal líquido colocada entre dos placas de vidrio paralelas, con alineación homogénea. La alineación homogénea se refiere a que el director del cristal líquido es paralelo a las placas de vidrio paralelas que lo emparedan, en contraposición con la alineación homeotrópica, en donde el director es perpendicular a las placas paralelas. En la figura 4 se aprecian los dos tipos de alineaciones.

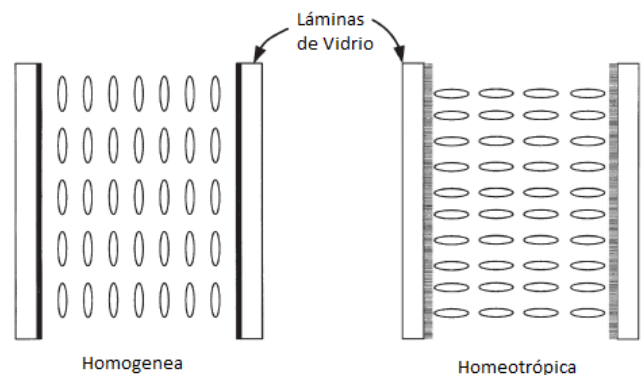


Figura 4. Alineaciones homogénea y homeotrópica, en celdas de cristal líquido.

Con la alineación homogénea, se aprovecha la anisotropía óptica de las moléculas de cristal líquido, de modo que dependiendo de la polarización de la luz esta vea un índice de refracción diferente. La orientación de las moléculas en una dirección preferente, en referencia a las placas de vidrio, se logra al crear surcos en los

mismos del orden del ancho de las células de cristal líquido.

Estas células actúan entonces como cristales uniaxiales con el eje óptico paralelo a la orientación molecular, es decir al director. Por ejemplo, para una célula de cristal líquido como la mostrada en la figura 5, las ondas de luz polarizadas que viajan en la dirección z (dirección perpendicular a las placas de vidrio), con componentes de campo eléctrico polarizadas en las direcciones x e y , (paralelo y perpendicular al director), verán dos índices de refracción diferentes, los índices de refracción extraordinario y ordinario del cristal líquido, denotados respectivamente por n_e y n_o .

Normalmente $n_e > n_o$, por lo que el eje del director (que ve el índice n_e) se llama eje lento y el perpendicular a este (que ve el índice n_o) se llama eje rápido.

Debido a esta anisotropía se puede decir que la resultante del campo eléctrico, en cada posición z de la célula (suma vectorial de las componentes), irá cambiando su estado de polarización. De este modo, si las componentes del campo eléctrico con polarizaciones en los ejes x e y , vienen dadas por:

$$\vec{E}_x = A \text{sen}(\omega t - k_x z) \mathbf{i} \quad (11)$$

$$\vec{E}_y = A \text{sen}(\omega t - k_y z) \mathbf{j} \quad (12)$$

Donde k_x y k_y vienen dados por $k_x = 2\pi n_e / \lambda_0$ y $k_y = 2\pi n_o / \lambda_0$, y son los números de onda angulares de las componentes.

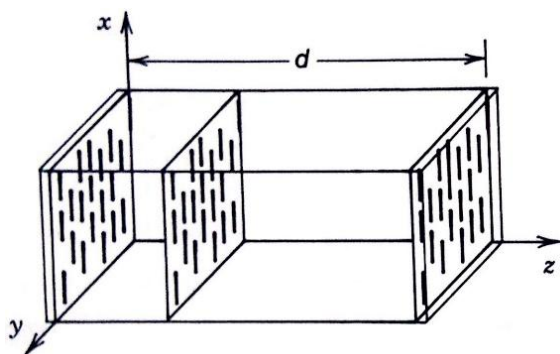


Figura 5. Orientación molecular del cristal líquido en ausencia de un campo eléctrico. El eje óptico se encuentra a lo largo de la dirección de las moléculas.

Al entrar al cristal, en $z=0$, la resultante de la suma vectorial de las componentes tiene una polarización lineal, con un ángulo de 45 grados (medidos desde el eje x), y amplitud de $A\sqrt{2}$.

Saliendo del cristal, en $z=d$, las componentes vendrán dadas por:

$$\vec{E}_x = A \text{sen}(\omega t - k_x d) \mathbf{i} \quad (13)$$

$$\vec{E}_y = A \text{sen}(\omega t - k_y d) \mathbf{j} \quad (14)$$

En donde el desfase ϕ entre ambas componentes vendrá dado por:

$$\phi = (k_x - k_y) d = \frac{2\pi d}{\lambda_0} (n_e - n_o) \quad (15)$$

Lo que puede resultar, en una onda polarizada de manera lineal, o circular, o elíptica, dependiendo del valor de ϕ , en cualquier caso, esto lo especificará el valor de d . Por lo que una célula de este tipo puede ser utilizada como un cambiador de polarización.

Finalmente se encuentra que al final del recorrido, una célula de espesor d (ver figura 5) proporcionará un retardo [15] entre las componentes con polarización horizontal y vertical de la onda dado por:

$$\Delta\tau = \frac{d}{c} (n_e - n_o) \quad (16)$$

En este trabajo las células de cristal líquido que se proponen son del tipo nemático.

6. Circuito, análisis y síntesis

La configuración del circuito óptico utilizado se muestra en la Figura 6. Este circuito consta de dos puertos de entrada (E_x e E_y) y dos puertos de salida (E_{sx} e E_{sy}). Y forma una estructura en celosía (o enrejado) con n etapas conectadas en cascada, siendo cada una de las etapas una célula de cristal líquido, excepto la última que es un analizador. Debido a esto, una de las componentes de salida (E_{sy}) será cero. El espesor de cada célula de cristal es igual, generando un retraso de tiempo entre cada uno de los estados de polarización lineales ortogonales de $\Delta\tau$, cuyo valor se da en (16). Este tiempo de retardo, está relacionado a la periodicidad del espectro en frecuencia de este circuito a través de la siguiente relación:

$$\Delta\tau = \frac{1}{f_0} \quad (17)$$

Donde f_0 denota la periodicidad del espectro de frecuencias.

Las células de cristal líquido se colocan de manera que el eje rápido del cristal dentro de la primera célula forma un ángulo θ_0 con respecto al eje x. El eje rápido del cristal dentro de la segunda célula se coloca con un ángulo θ_1 con respecto al eje rápido del cristal de la célula anterior, es decir, con respecto a θ_1 , y así sucesivamente.

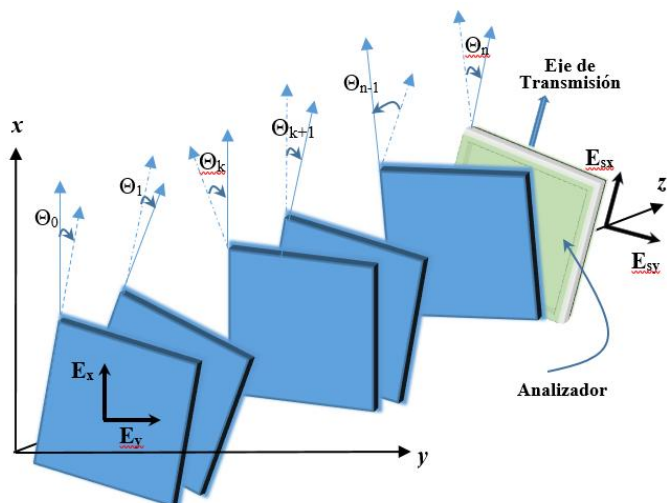


Figura 6. Alineación de Cristales Líquidos.

Dicha alineación del circuito estudiado se puede apreciar en la Figura 6. Igualmente, en la figura 6, se ve que a medida que hace su recorrido la luz, el ángulo θ_{k+1} irá variando en base al θ_k y esto será así sucesivamente hasta llegar al ángulo θ_n en el analizador, cuyo ángulo θ_n indicará la dirección del eje de transmisión del mismo.

Cabe destacar que en este estudio no se ha tomado en cuenta la dispersión de la birrefringencia de las moléculas de cristal líquido. Para un estudio sobre el tema puede consultar [16].

Cada etapa de cristal líquido se puede dividir en dos partes, que se pueden representar mediante matrices de transferencia ópticas. De modo que para la etapa k -ésima las entradas serán las componentes del campo eléctrico en las direcciones del eje rápido y lento de la célula de la etapa $k-1$, y sus salidas las componentes del campo eléctrico en las direcciones de los ejes rápido y lento de la célula de la etapa k .

La primera de las matrices representa el retardo temporal $\Delta\tau$, entre estados de polarización debido a la

diferencia entre los índices de refracción n_o y n_e . Esta matriz de transferencia óptica se expresa como:

$$[S_r] = z^{-1/2} \begin{bmatrix} z^{1/2} & 0 \\ 0 & z^{-1/2} \end{bmatrix} \quad (18)$$

En este caso se han utilizado las técnicas de la transformada Z para expresar este retardo, siendo el retardo unitario utilizado igual a $\Delta\tau$. La constante $z^{-1/2}$, solo introduce un retardo constante a todas las frecuencias, y puede ser despreciada.

La segunda matriz calcula la amplitud de las componentes del campo eléctrico en las direcciones del eje rápido y lento de la misma. Esta matriz de transferencia, se denomina como matriz de rotación, y se expresa como:

$$[S_\theta] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (19)$$

En donde θ es el ángulo formado entre el eje rápido la etapa analizada con respecto al eje rápido de la etapa anterior.

La matriz de transferencia de la k -ésima etapa en particular puede ser encontrada a partir de la multiplicación de (18) con (19), lo cual resulta en:

$$[S_k] = \begin{bmatrix} \cos \theta_k z^{1/2} & \text{sen } \theta_k z^{1/2} \\ -\text{sen } \theta_k z^{-1/2} & \cos \theta_k z^{-1/2} \end{bmatrix} \quad (20)$$

En donde, se ha despreciado el término $z^{-1/2}$. Esta matriz, es una forma especial de la matriz de Jones, ya que esta podría ser encontrada reemplazando z por $e^{j\omega\Delta\tau}$.

Finalmente, para describir la etapa del analizador se necesitarán dos matrices, la matriz de rotación dada en (19), y un matriz del analizador dada por:

$$[S_a] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

La matriz de transferencia total puede ser expresada como el producto:

$$[S] = [S_a][S_T] \quad (22)$$

Donde $[S_T]$ puede ser expresada como un producto de múltiples matrices de transferencia básicas dadas (20), y una matriz de rotación del analizador dada en (19). Con esta representación $[S_T]$ viene dada por:

$$[S_T] = [S_\theta][S_{n-1}] \cdots [S_1][S_0] = \prod_{k=n}^0 [S_k] \quad (23)$$

El resultado será una matriz 2 x 2, donde los elementos de la misma serán polinomios en z, de grado n. Estos polinomios cumplen la relación de los elementos de una matriz unitaria [13]. De modo que con tener uno de ellos podemos encontrar el valor de los demás utilizando las relaciones de (2) a (7).

Los polinomios causales encontrados tendrán la siguiente forma:

$$H(z) = \left(\sum_{k=0}^n a_k z^{-k} \right) z^{\frac{n}{2}} \quad (23)$$

$$F(z) = \left(\sum_{k=0}^n b_k z^{-k} \right) z^{\frac{n}{2}} \quad (24)$$

Siendo a_k y b_k los coeficientes de polinomios en z, ambos de grado n.

Como vemos de (18 - 24) hay una relación entre la función de transferencia en z generada y los ángulos de los ejes ópticos de los cristales líquidos θ_k . Nótese que los coeficientes a_k y b_k de los polinomios son funciones de los θ_k . Esto indica que podemos sintetizar filtros ópticos con esta arquitectura, colocando adecuadamente los θ_k de cada una de las etapas del circuito en celosía, de modo que para sintetizar una función de transferencia de grado n (de n+1 coeficientes), necesitaríamos n etapas de cristal líquido y una etapa de analizador, resultando en un total de n+1 θ_k , con $k = 0, 1, \dots, n$. Donde cada θ_k con $k = 0, 1, \dots, n-1$, representa el ángulo relativo del eje rápido de cada etapa de cristal respecto a la anterior, y θ_n representa el ángulo del eje de transmisión del analizador respecto al eje rápido de la etapa anterior.

En este punto debemos mencionar que no se pueden sintetizar las funciones de transferencia H(z) y F(z) independientemente, ya que al ser la matriz total resultante unitaria, los mismos son complementarios en potencia, por lo que una vez que se especifica una, en nuestro caso F(z), la otra que inmediatamente determinada.

Para obtener el valor de los n+1 θ_k que sintetizan correctamente los filtros con coeficientes a_k y b_k deseados, se utiliza el método de síntesis de filtros birrefringentes basado en el diseño de filtros digitales descrito en [17][17].

7. Ejemplo de aplicación

Una aplicación novedosa de este circuito óptico utilizando este método de síntesis, puede ser la equalización del espectro de ganancia de un

amplificador óptico de fibra dopada con Erblio. Este amplificador es utilizado con frecuencia en enlaces de fibra óptica para compensar la atenuación introducida por la fibra y otros elementos en la señal transmitida. En la figura 7, se aprecia una medición del espectro de emisión estimulada de este tipo de amplificadores.

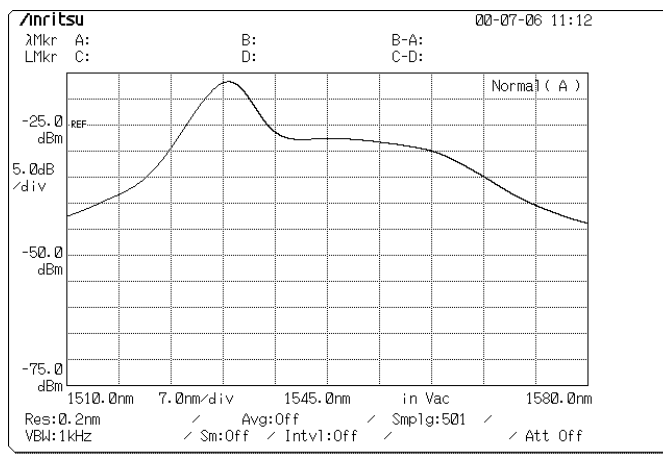


Figura 7. Espectro de emisión espontánea de un amplificador de fibra dopada con Erblio.

Como se puede apreciar en la figura 7, la ganancia que el mismo presenta para el rango de longitudes de onda de 1510 nm a 1580 nm no es uniforme. Por lo tanto canales multiplexados en longitud de onda dentro de esta banda serán amplificados de distinta manera.

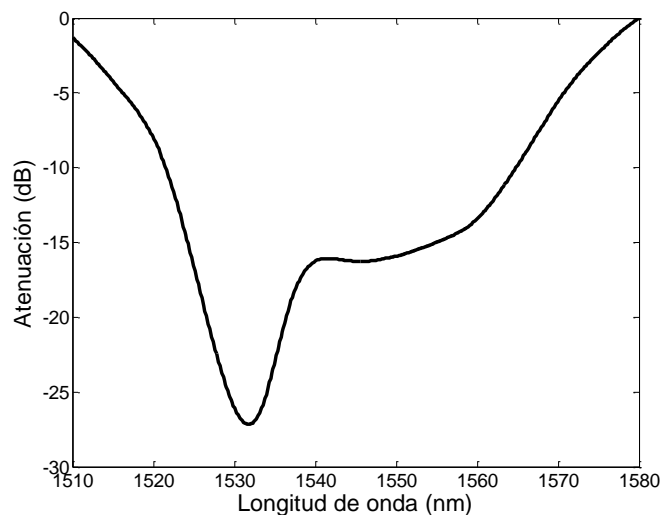


Figura 8. Espectro en longitudes de onda del equalizador a implementar.

Para evitar esto un filtrado es necesario, este filtrado se puede lograr con un equalizador óptico de ganancia

implementado con un circuito óptico como el tratado en este artículo.

El ecualizador estaría pensado para que funcione desde 1510 nm a 1580 nm. El espectro en longitudes de onda del ecualizador que se debe implementar se muestra en la figura 8.

Para implementar el mismo se debe obtener la función de transferencia en Z que sintetice este espectro.

Para obtener esta función de transferencia, se utilizarán las técnicas de diseño de filtros FIR de fase lineal en el dominio digital a partir de la respuesta espectral deseada. Para esto, primero se debe representar el espectro en frecuencia deseado, muestrearlo y luego utilizando un algoritmo de mínimos cuadrados, encontrar los coeficientes de la función de transferencia que generan un filtro de fase lineal que minimiza el error cuadrático entre la función de transferencia y las muestras. La función sintetizada se fija para que tenga un orden de 20 (21 coeficientes), de modo que genere un espectro apropiado. Órdenes ligeramente mayores que este, no mejoran los resultados de manera apreciable, por eso se escoge este valor.

El espectro en frecuencia deseado y el sintetizado por la función de transferencia encontrada se muestran en la figura 9.

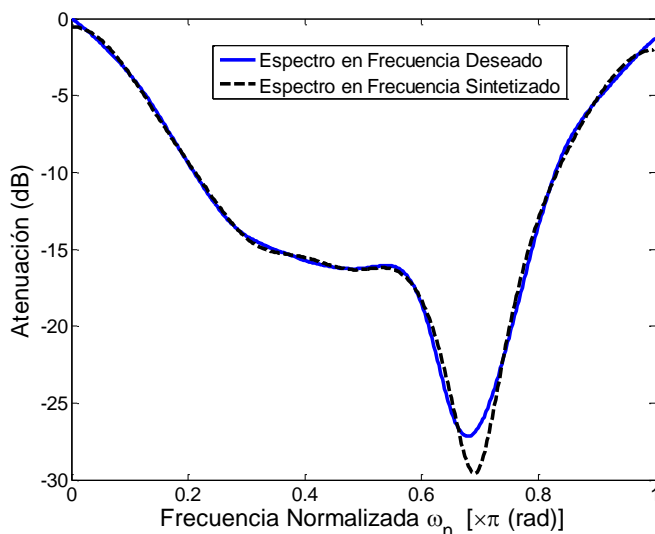


Figura 9. Espectros en frecuencia deseados y sintetizados.

Como se observa la diferencia entre el espectro deseado y el sintetizado es muy pequeña. Solo en torno a la máxima atenuación del ecualizador la diferencia alcanza un valor apreciable de 2.4 dB.

Los coeficientes b_k de la función de transferencia $F(z)$ y los a_k de su función de transferencia complementaria en potencia $H(z)$ se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Coeficientes b_k y a_k de las funciones $F(z)$ y $H(z)$ respectivamente

k	a_k	b_k	k	a_k	b_k
0	0.87427	0.00662	11	-0.00195	0.03853
1	-0.06994	-0.00164	12	-0.00417	0.15605
2	-0.19000	0.00557	13	-0.00005	-0.00836
3	-0.03344	0.00844	14	-0.00164	0.08410
4	-0.11522	0.01586	15	-0.00010	0.00016
5	-0.01684	0.00016	16	-0.00028	0.01586
6	-0.05419	0.08410	17	-0.00011	0.00844
7	-0.00964	-0.00836	18	-0.00010	0.00557
8	-0.02439	0.15605	19	0.00002	-0.00164
9	-0.00409	0.03853	20	-0.00005	0.00662
10	-0.01105	0.33077			

El $\Delta\tau$ necesario para implementar esta función, viene dado por la ecuación (16). La periodicidad debe ser como mínimo del doble del ancho de banda de interés, en unidades de frecuencia, es decir, $2 \cdot c \cdot (1/1530\text{nm} - 1/1565\text{ nm}) = 17.6\text{ THz}$, lo que me genera un $\Delta\tau = 0.0568\text{ ps}$. Utilizando una mezcla de cristal líquido nemático W1865 de alta birrefringencia [18], con aproximadamente $n_e - n_o = 0.41$ a $\lambda = 1.5\ \mu\text{m}$, y despejando para d en la ecuación (16), obtenemos que necesitamos celdas de cristal líquido de $41\ \mu\text{m}$ de espesor. Si hay problemas de homogeneidad en las células de cristal líquido, este espesor se podría reducir más si se incrementa el ancho de banda a ecualizar, ó se consigue una mezcla de cristal líquido más birrefringente, ó se colocan dos células de cristal líquido de la mitad del espesor calculado con la misma orientación angular por etapa.

Como vemos se necesitarán 20 retardadores de cristal líquido y 1 polarizador lineal, cada uno con un ángulo relativo θ_k entre etapas sucesivas. El ángulo absoluto de cada una de las etapas lo llamaremos φ_k , y

se mide respecto al eje x (eje rápido del primer cristal), el mismo es igual a la sumatoria de todos los ángulos θ_k de las etapas anteriores incluyendo la etapa k -ésima.

Aplicando el algoritmo reportado en [17], se encuentran los ángulos θ_k y φ_k necesarios, los cuales se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Ángulo θ_k y φ_k para cada una de las etapas

k	θ_k (rad)	φ_k (rad)	k	θ_k (rad)	φ_k (rad)
0	1.56322	1.56322	11	-0.06256	0.69854
1	0.00127	1.56449	12	-0.19970	0.49884
2	-0.00792	1.55657	13	-0.00184	0.49700
3	-0.01031	1.54626	14	-0.10269	0.39431
4	-0.02163	1.52463	15	-0.00443	0.38988
5	-0.00443	1.52020	16	-0.02163	0.36825
6	-0.10269	1.41751	17	-0.01031	0.35794
7	-0.00184	1.41567	18	-0.00792	0.35002
8	-0.19970	1.21597	19	0.00127	0.35129
9	-0.06256	1.15341	20	1.56322	1.91451
10	-0.39231	0.76110			

8. Conclusiones

En este documento se presenta el análisis de un novedoso circuito óptico birrefringente con células de cristal líquido nemático y alineación homogénea, utilizados como retardadores, además de un polarizador. Primero presenta un repaso de la luz como onda electromagnética, de la polarización de la luz, de las matrices de transferencia ópticas y del funcionamiento de las células de cristal líquido como retardadores, conocimientos necesarios para entender el análisis y las ecuaciones desarrolladas para el circuito. El circuito analizado se puede representar como una red de dos puertos óptica, de dos entradas y dos salidas con respuesta finita al impulso (FIR) y con una configuración en celosía. Para el análisis del mismo se utiliza el formalismo de las matrices de transferencia ópticas en el dominio de la transformada Z . Mediante este análisis, se muestra como este circuito genera funciones de transferencia de orden igual al número de etapas de cristal líquido utilizadas. Estando los coeficientes de los mismos relacionados con los ángulos relativos, de los ejes rápido y lento de las células de cristal líquido, entre etapas sucesivas.

Se expone un ejemplo de aplicación novedoso de este circuito óptico, que utilizando el método de síntesis de filtros ópticos birrefringentes reportado anteriormente, para sintetizar un ecualizador de ganancia de un amplificador de fibra dopada con Erblio, que cubre la ventana C y parte de las ventanas L y S de comunicaciones ópticas. La función sintetizada solo se desvía apreciablemente de la función deseada en una estrecha banda de frecuencias, con una diferencia aproximada de 2.4 dB.

9. Agradecimiento

Agradecemos a la Secretaría Nacional de Ciencia y Tecnología (Senacyt) por una beca otorgada a uno de los autores.

10. Referencias

- [1] S. Vargas y C. Vazquez, "Optical reconfigurable demultiplexer based on Bragg grating assisted ring resonators," *Optics Express*, vol. 22, no 16, p. 19156-19168, 2014.
- [2] C. Vazquez, S. E. Vargas, J. M. S. Pena y A. B. Gonzalo, "Demultiplexers for ultranarrow channel spacing based on Mach-Zehnders and ring resonators. *Optical Engineering*," vol. 43, no. 9, p. 2080-2086, 2004.
- [3] A. Rohit, J. Bolk, X. J. Leijtens, y K. Williams, "Monolithic Nanosecond-Reconfigurable 4 4 Space and Wavelength Selective Cross-Connect," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 30, no. 17, p. 2913-2921, 2012.
- [4] A. Eghbali, H. Johansson, O. Gustafsson, y S. J. Savory, "Optimal least-squares FIR digital filters for compensation of chromatic dispersion in digital coherent optical receivers," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 32 no. 8, p. 1449-1456, 2014.
- [5] S. Alboon y R. Lindquist, "Flat-top/distortionless tunable filters based on liquid crystal multi cavities for DWDM applications," en *Southeastcon, 2008. IEEE. IEEE*, p. 117-122, 2008.
- [6] C. K. Madsen, "Optical Filter Synthesis," in *Encyclopedic Handbook of Integrated Optics*, Edited by K. Iga and Y. Kokubun, Marcel-Dekker, 2005.
- [7] S. Vargas y C. Vazquez, "Synthesis of Optical Filters using Microring Resonators with ultra-large FSR," *Optics Express*, vol. 18, no. 25, p. 25936 – 25949, 2010.
- [8] G. Shabtay, E. Eidinger, Z. Zalevsky, D. Mendlovic, y E. Marom, "Tunable birefringent filters-optimal iterative design," *Optics express*, vol. 10, no 26, p. 1534-1541, 2002.
- [9] B. Lyot, "Optical apparatus with wide field using interference of polarized light," *C.R. Acad. Sci. (Paris)*, vol. 197, p. 1593, 1933.
- [10] I. Solc, "Birefringent chain filters," *J. Opt. Soc. Am.* vol. 55, no. 6, pp. 621-625, 1965.

- [11] C. Chen, C. Pan, C. Hsieh, Y. Lin, y R. Pan, "Liquid-crystal-based terahertz tunable Lyot filter," *Applied Physics Letters*, vol. 88, no 10, p. 101107-101107-3, 2006.
- [12] E. Hecht, *Optics*, 4rd ed., Addison Wesley, 2002.
- [13] K. Jinguji y M. Kawachi, "Synthesis of Coherent Two-Port Lattice-Form Optical Delay-Line Circuit," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 13, no. 8, p. 73-82, 1995.
- [14] J. Proakis y D. Manolakis, *Tratamiento Digital de Señales: Principios, algoritmos y aplicaciones*, 3ra ed., Prentice Hall España, 1998.
- [15] B. E. Saleh y M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics*, 1st edition, John Wiley and Sons, 1991.
- [16] S. T. Wu, "Birefringence dispersions of liquid crystals," *Physical Review A*, vol. 33, no. 2, p. 1270-1274, 1986.
- [17] Rui Hong Chu, y Graham Town. "Birefringent filter synthesis by use of a digital filter design algorithm," *Applied optics* vol. 41, no. 17, p. 3412-3418, 2002.
- [18] Nowinowski-Kruszelnicki, E. Kędzierski, J. Raszewski, Z. Jaroszewicz, L. Dąbrowski, R. Kojdecki, M., ... and E. Miszczyk, "High birefringence liquid crystal mixtures for electro-optical devices," *Optica Applicata*, vol. 42, no. 1, p. 167-180, 2012.