Análisis del error cometido por los estudiantes del Programa Propedéutico Usach-Unesco. Una herramienta para fortalecer y posibilitar el aprendizaje en Matemática.

Línea Temática: 3. Prácticas curriculares para la reducción del abandono

Lorna Figueroa

lorna.figueroa@usach.cl

Chile Universidad de Santiago de Chile

María José Moreno

maria.morenos@usach.cl

Chile Universidad de Santiago de Chile

Alejandra Lucero

alejandra.lucero@usach.cl

Chile Universidad de Santiago de Chile

Resumen. Los estudiantes que ingresan a la Universidad de Santiago de Chile, mediante el Programa Propedéutico USACH-UNESCO (en adelante Propedéutico), son los mejores calificados en su etapa escolar, pero que al provenir de establecimientos educacionales vulnerables, no sólo tienen problemas en el acceso a la Educación Superior, sino que además presentan dificultades para cursar con éxito la asignatura de Matemática en el primer año universitario, lo que conlleva el riesgo de abandono de los estudios superiores. El propósito de este trabajo es realizar un estudio, siguiendo los fundamentos de la Teoría del Análisis de Error, en los instrumentos de evaluación utilizados en la asignatura de Matemática del Propedéutico, con el objetivo de clasificar los errores cometidos por los estudiantes en dichos instrumentos. Realizar este estudio permitirá identificar aquellos estudiantes que requieran de un refuerzo adicional, como asimismo, determinar en qué área o tópico lo requieren, generando las herramientas necesarias para realizar acciones remediales, enriqueciendo los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Para el estudio se realizará un análisis cuantitativo y cualitativo de las respuestas realizadas por los estudiantes del Propedéutico, clasificándolas según el desarrollo: correcto, errado, incompleto u omitido; el desarrollo errado fue clasificado de acuerdo al tipo de error: conceptual, procedimental o de ejecución. Es importante destacar la importancia y trascendencia del análisis de error como una herramienta en los procesos de enseñanza y aprendizaje; esto significa entender el error no como un impedimento en el proceso de aprendizaje, sino como una herramienta didáctica del mismo. Con respecto al análisis de errores cometidos por los estudiantes, se obtiene información detallada sobre el tipo de error y en qué contenidos los cometen.

Este estudio contribuye a evitar el abandono escolar, porque tendrán más herramientas tanto los docentes como los estudiantes para enfrentar con mayor probabilidad de éxito el primer año de Universidad; además proporciona información relevante para: i) diseñar y confeccionar sugerencias metodológicas u orientaciones didácticas, para implementar y

realizar mejoras o acciones remediales en los procesos de enseñanza y aprendizaje; ii) realizar un análisis de progreso por estudiante, lo que permitiría determinar el nivel de logro, en cada uno de los contenidos contemplados en la asignatura de Matemática. Con ello, será posible generar acciones preventivas en los contenidos de Matemática necesarios para enfrentar los estudios de la disciplina, permitiéndole al docente conocer el origen de las dificultades en el aprendizaje de sus estudiantes.

Descriptores o Palabras Clave: Programa Propedéutico, Análisis del Error, Clasificación del Error, Abandono.

1. Introducción

El estudio de análisis de los errores no es una línea de investigación reciente como lo señala Rico (1998), él reseña que: existen registros desde el año 1922 con estudios de Weinner sobre categorización de errores en Alemania, luego Pippig en 1977 estudió los errores cometidos en el área de cálculo aritmético; mientras que Noronha (2011) y otros, analizaron y categorizaron los errores como metodología de investigación. Rico (1998) también señala que hay presencia de errores en la adquisición y consolidación del conocimiento, ya que al tratar de aprender un nuevo concepto entran en conflicto los conocimientos y experiencias ya adquiridos con los que se pretende aprender.

En este trabajo se realiza un análisis cuantitativo y cualitativo de los errores cometidos por los estudiantes del Propedéutico en los instrumentos aplicados en la asignatura de Matemática, denominados pre-test y post-test, validados en el trabajo de Lucero (2014), que abarcan los contenidos seleccionados en dicha asignatura. Estos errores, presentes en el desarrollo de las preguntas, se clasifican de acuerdo a su tipo: conceptual; procedimental; y, de ejecución (ver sección 2.1). Además, este trabajo tiene como finalidad que los registros y resultados obtenidos en este estudio queden a disposición del equipo de profesores del Propedéutico u otros Programas, para que estos puedan planificar y definir acciones correctivas, previas al ingreso al primer año en la Universidad, y así los estudiantes puedan enfrentar con mayor probabilidad de éxito la asignatura de Matemática.

De esta manera, la pregunta que aborda este estudio es la siguiente: ¿Cuál es el tipo de error cometido por los estudiantes del Propedéutico en el desarrollo de las preguntas realizadas en las evaluaciones inicial y final de la asignatura de matemática?

2. Análisis del Error en Educación Matemática

En los procesos de enseñanza y aprendizaje, cuando el profesor transmite al estudiante el conocimiento se pueden presentar dos situaciones: (i) la consolidación del conocimiento y (ii) la no asimilación total del conocimiento, esta última se evidencia cuando el estudiante comete errores. Más aun, equivocarse no ha estado ajeno en el desarrollo del conocimiento científico, pues Pochulu (2006) afirma que el error ha sido un factor que ha contribuido al avance de las diferentes ciencias y que fue parte integrante del conocimiento humano; es por esto que la identificación y análisis de errores permitiría la adquisición de conocimiento. Al área de investigación que involucra el estudio y la identificación de los errores cometidos por los estudiantes durante su aprendizaje se le conoce como Análisis de Error.

2.1 Revisión de la literatura

En el proceso de construcción del conocimiento, según Rico (1998), se presentan errores y sirven para la adquisición y consolidación de este. Anteriormente, Bachelard (1948), señaló que para llegar a obtener un conocimiento se deben atravesar tres momentos claves en los procesos de enseñanza y aprendizaje: conocer, experimentar y abstraer. Si en los procesos, los dos primeros no se logran, entonces se producen errores, y es aquí donde el profesor debe identificarlos y trabajar para luego obtener una abstracción correcta del conocimiento.

Diversos autores, además de Rico y Bachelard, han escrito sobre la importancia de reconocer el error como una herramienta relevante de los procesos de enseñanza y aprendizaje, para la construcción del conocimiento. Entre ellos, Socas (1997) describe que los errores no tienen un carácter accidental, sino que surgen desde las mismas estrategias y reglas personales de los alumnos, al aplicarlos en la resolución de alguna situación problemática, y son consecuencia de las experiencias anteriores en Matemática. Estos errores muestran patrones consistentes debido a que los estudiantes tienen con frecuencia concepciones inadecuadas sobre los objetos matemáticos. Por otro lado, la persistencia y masividad de algunos errores ha preocupado a algunos autores como Engler, Gregorini, Müller, Vrancken, y Hecklein, (2004). Pues, afirman que estos errores influyen en el aprendizaje de los diferentes contenidos y es imprescindible que los estudiantes asuman la necesidad de superarlos a fin de obtener logros en su aprendizaje. En consecuencia, los errores cometidos por los alumnos no son aislados, tienen permanencia y continuidad en el tiempo.

En los procesos de enseñanza y aprendizaje el profesor tiene un rol activo, y ante la presencia de errores cometidos por los estudiantes, se espera que los analice y utilice como una herramienta de aprendizaje, como lo afirman Huitrado y Climent (2013), y no que innatamente lo destaque o remarque sin darle algún significado, como menciona Astolfi (1999). Pues, según Rico (1998), es misión del profesor ayudar al estudiante a consolidar el conocimiento o guiarlo a comprender aquello que estaba erróneo.

En conclusión, se puede afirmar que los errores cometidos por los estudiantes no son algo negativo en los procesos de enseñanza y aprendizaje, sino que son un indicador de que no están realizando los procesos cognitivos correctos, al momento de realizar una tarea, y será responsabilidad del profesor detectar estas "fallas" o incompletitud de conocimientos para así fortalecer dichos procesos.

Con respecto al análisis del error, Huitrado y Climent (2013), buscan clasificar el origen del error y apelan a que el docente cuestione si el error proviene del alumno, del proceso o de la complejidad del concepto que se pretende enseñar, o si es parte del dominio del profesor. Desde el punto de vista de la Matemática, para Godino, Batanero y Font (2003) el error se comete cuando el alumno realiza una práctica no válida; por otro lado, los errores surgen en el trabajo de los estudiantes, principalmente cuando se enfrentan a nuevos conocimientos que los obligan a hacer una revisión o reestructuración de los conocimientos que ya poseen. Por lo tanto, se entiende que el error va a tener distintas procedencias, pero

siempre será considerado como un esquema cognitivo incorrecto y no sólo como consecuencia de la falta de conocimiento o de una equivocación.

Tipo de Errores. Socas (1997) expone un método de investigación que se ha utilizado para el análisis del error en Matemática, cuyas etapas son las siguientes:

- 1. "Contar el número de soluciones incorrectas a una variedad de problemas (Método diagnóstico de orientación psicométrica).
- 2. Análisis de los tipos de errores cometidos. Técnica que implica la clasificación de errores y el análisis de cómo se desvían los errores de la solución correcta para hacer inferencias sobre los factores que han originado el error.
- 3. Análisis de patrones de error. Técnica que permite, por un lado, revelar errores sistemáticos que sean consecuencias de concepciones inadecuadas y, por otro, al variar las tareas, los patrones de error que resultan, facilitan información sobre las estrategias utilizadas.
- 4. Análisis de los patrones de error que se dan en problemas construidos para provocar errores. Técnica que permite observar los patrones de error que cometen los individuos y especular sobre las posibles causas de estos errores, y se basa en el supuesto de que nuevos problemas de la misma naturaleza inducirán a errores similares."
 - El análisis de los errores cometidos por los estudiantes, en este estudio, se centra en las tres primeras etapas; a partir de esto, los errores se clasifican en conceptuales, procedimentales y de ejecución, según la clasificación descrita por Blanco (2009):
- □ Los errores conceptuales están asociados a que los estudiantes no comprenden o no conocen los conceptos que se requieren para resolver o desarrollar un problema o ejercicio, en otras palabras, no pueden hacer una representación simbólico matemático.
- □ Los errores procedimentales se asocian a que los estudiantes no comprenden el problema y no son capaces de traspasar o traducir el problema a lenguaje matemático o la expresión matemática que se requiere para resolver o hallar la respuesta al problema.
- □ Los errores de ejecución se asocian a un error de cálculo o un traspaso incorrecto de los datos al desarrollar el ejercicio.

2.2 Programa Propedéutico USACH-UNESCO "Nueva Esperanza, Mejor Futuro"

En el año 2007 se da inicio al Propedéutico (Figueroa y González, 2016), con la convicción de que los talentos se encuentran distribuidos equitativamente dentro de las distintas clases sociales, etnias y culturas, con el propósito de ser una vía de ingreso alternativo a la Educación Superior para aquellos estudiantes talentosos, en su contexto escolar, que viven y estudian en un ambiente vulnerable y que no tienen los recursos para costear estudios de nivel superior.

Los estudiantes que ingresan al Propedéutico son parte del 10% superior del ranking académico de su curso; ellos deben asistir y aprobar las tres asignaturas impartidas en dicho Programa: Lenguaje, Gestión Personal y Matemática, programadas en diecisiete sesiones, durante el segundo semestre, los días sábados en el campus universitario.

En la asignatura de Matemática del Propedéutico, se usan diferentes formas o metodologías de trabajos: método magistral, autónomo, tutorial y grupal (Díaz, 2005), distinguiéndose clases de cátedra, ejercicios individuales, ejercicios grupales y las instancias evaluativas:

- □ En las clases de Cátedra se utiliza una metodología de tipo magistral o expositiva al inicio de la clase, donde el profesor, con apoyo de herramientas tecnológicas-computacionales presenta a los estudiantes los contenidos a tratar. En el tiempo restante en este tipo de clase, los estudiantes deben aplicar los contenidos tratados previamente en las actividades dispuestas en el libro guía, esta instancia de la clase se conoce como método tutorial o activo.
- ☐ En las clases de Ejercicios Individual, el trabajo está centrado en la aplicación de los contenidos tratados en la clase de cátedra correspondiente. Los estudiantes deben trabajar durante la clase, desarrollando ejercicios similares a los del texto guía y las tareas (método autónomo).
- □ En las clases de Ejercicios Grupal, los alumnos trabajan en grupos de a lo más tres estudiantes, resolviendo ejercicios usando los contenidos trabajados en las sesiones previas (método grupal). Además, paralelamente se realiza un trabajo desde el error o jornada de corrección denominada 1–1 (un alumno un profesor). Estas jornadas están dedicadas exclusivamente a acompañar el proceso de avance en los aprendizajes de los alumnos, corrigiendo con ellos sus errores y aclarando dudas.
- □ Clase de Instancia Evaluativa, es aquella en la que se aplica un instrumento de evaluación, en estas sesiones, los estudiantes trabajan de manera individual.

Sanmartí (2000) sugiere estimular la expresión del error mediante un clima de aula no amenazador, donde el estudiante no sienta que se le castiga por haber cometido alguna equivocación, sino donde sienta que sus ideas son escuchadas y pueda desarrollar capacidades para superar estos obstáculos. Es por esto que el equipo de académicos de la asignatura de Matemática del Propedéutico, detecta los errores cometidos por los estudiantes en sus tareas y guías de ejercicios; con esta información se realizan las sesiones llamadas 1–1. El objetivo de estas sesiones es que cada estudiante aprenda de los errores que ha cometido, en un ambiente más personalizado.

Las instancias evaluativas contemplan diversos tipos de instrumentos evaluativos, destacándose una prueba al inicio de las clases, llamada pre-test y una prueba equivalente a ésta al final del Propedéutico, denominada post-test, con el objetivo de determinar el logro alcanzado por los estudiantes, al concluir la etapa propedéutica.

Los estudiantes que aprueban los requisitos establecidos por el Propedéutico (Figueroa y González, 2015), ingresan al Programa de Bachillerato en Ciencias y Humanidades, con beca de arancel completa.

Por otro lado, los autores González y Uribe (2002) señalan que un número importante de estudiantes deserta durante el primer año de carrera produciéndose altas tasas de reprobación debido a carencias tanto de conocimientos como de problemas emocionales, entre otros. Esto no es ajeno a los estudiantes que ingresan a la Universidad a través del

Propedéutico, puesto que los resultados obtenidos en el primer año universitario, y los índices de reprobación en Matemática así lo confirman, lo que conlleva el riesgo de abandono de los estudios superiores. Es por esto, que surge el interés de identificar y clasificar los errores cometidos, con la finalidad que se puedan generar herramientas necesarias para realizar acciones, tal como el Intensivo de Matemática, una acción remedial de nivelación temprana. De esta manera, se enriquecen los procesos de enseñanza y aprendizaje, evitando la reincidencia en estos errores, generando mayores probabilidades de éxito en la asignatura de Matemática del primer año en la Universidad y minimizando el abandono de estudios superiores.

3. Metodología

El estudio realizado, corresponde a un diseño no experimental, transversal y exploratorio, pues no existe manipulación de variables, se analiza la muestra en un momento determinado y no se conocen las variables de antemano (Hernández, 2004).

3.1 Análisis y Clasificación de los errores cometidos por los estudiantes del Propedéutico

La población inicial para este estudio fue de 161 estudiantes, considerando una muestra de 112 estudiantes que rindieron ambas evaluaciones (pre-test y post-test).

Para la clasificación de los errores, se analizaron los desarrollos de las respuestas de los estudiantes que rindieron la evaluación inicial (pre-test) y final (post-test) de la asignatura de Matemática del Programa, para obtener el nivel de logro alcanzado por los estudiantes durante el proceso.

Cada uno de los instrumentos de evaluación utilizados para este estudio tiene un universo de 21 preguntas que abarcan los contenidos seleccionados para el Propedéutico, de las cuales se consideran 17, ya que las preguntas restantes son de reconocimiento, es decir, no requieren un desarrollo o una justificación.

Luego de revisar el desarrollo de las respuestas declaradas por los estudiantes en cada pregunta de las evaluaciones pre-test y post-test, se clasificaron en correcto (C), errado (E), incompleto (I) y omitido (O). Las Fig. 1 y 2 contienen los gráficos asociados a la clasificación y comparación del desarrollo de los estudiantes en ambas pruebas, señalando el porcentaje de estudiantes que los cometió.

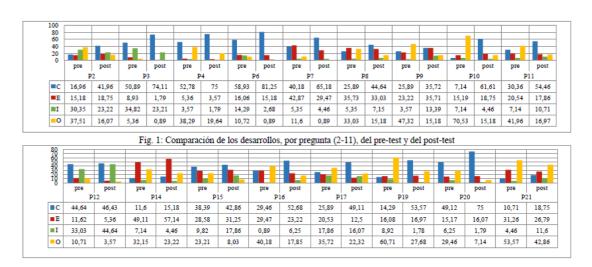


Fig. 2: Comparación de los desarrollos, por pregunta (12-21), del pre-test y del post-test

El análisis del desempeño de los estudiantes, comparando el pre-test y el post-test, señala que en general, los estudiantes disminuyeron el error cometido, por cuanto, el porcentaje de los desarrollos correctos es mayor en el post-test, respecto al pre-test, para el mismo tipo de pregunta. Este comportamiento también se observa respecto a los omitidos, los que en general disminuyeron en el post-test, de lo que se puede inferir que los estudiantes se atrevieron a realizar un desarrollo. En el análisis surgen dos casos particulares, las preguntas 9 y 14; en ambos, en el post-test con respecto al pre-test, el porcentaje de error aumentó, sin embargo, el porcentaje de omisión e incompletos disminuyeron y aumentó el porcentaje de desarrollos correctos.

Los desarrollos errados se clasificaron según el tipo, es decir, si el error cometido fue conceptual (C), procedimental (P) o de ejecución (E), según la clasificación de Blanco (2009). Las Fig. 3 y 4, contienen los gráficos asociados al análisis del error cometido, señalando el porcentaje de estudiantes que los cometió, considerando como muestra, el total de estudiantes que cometieron algún error en la pregunta respectiva.

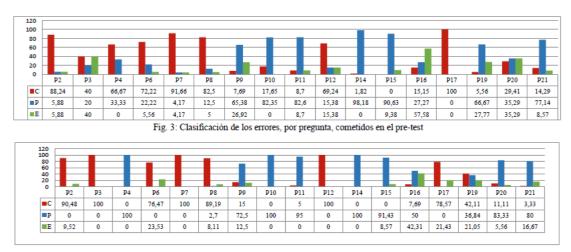


Fig. 4: Clasificación de los errores, por pregunta, cometidos en el post-test

De ambos gráficos, se observa que para las preguntas que involucran el cálculo de números naturales y números enteros (preguntas 2, 3, 4, 6 y 7) el error más recurrente, tanto para el

pre-test y post-test, es de tipo conceptual referido a que los sujetos omiten procesos asociados a la falta de comprensión lectora u omisión de datos del problema.

En las preguntas que involucran los contenidos de números racionales y/o potencias, (preguntas 8, 9, 10, 11, 12, 14 y 15) la mayor cantidad de errores son de carácter procedimental, lo que implica que los sujetos, comprenden lo que deben hacer para resolver el ejercicio, pero manejan de forma parcial los procesos y propiedades asociadas a los contenidos que le permiten resolver el problema planteado.

Para las preguntas asociadas al contenido de raíces, (preguntas 16 y 17) la mayor cantidad de errores corresponde a los de tipo conceptual. Para las preguntas de álgebra, (preguntas 19, 20 y 21) los errores, en su mayoría, son procedimentales.

4. Conclusiones

En este estudio, se destaca la importancia, relevancia y trascendencia del análisis de error como una herramienta en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esta línea de investigación permite a los docentes fortalecer, robustecer y posibilitar el aprendizaje de los contenidos por parte de los estudiantes, asimismo entender el error no como un impedimento en el proceso de aprendizaje, sino como una herramienta didáctica.

Con respecto al análisis de errores cometidos por los estudiantes, se recomienda en términos generales, para las preguntas que involucran el cálculo de números naturales y números enteros (2, 3, 4, 6, 7), que se trabaje comprensión de lectura y operatoria de números enteros; en las preguntas que involucran números racionales y/o potencias (8, 9, 10, 11, 12, 14, 15) se propone reforzar las propiedades, así como los conceptos previos. Para las preguntas relacionadas con el contenido de raíces (16, 17), es importante reiterar las definiciones y propiedades de raíces, enfatizar la jerarquía de operatoria en ejercicios combinados, junto con reforzar definiciones de área y perímetro de figuras planas para ser usados en problemas contextualizados. Para las preguntas de álgebra, (19, 20, 21), se propone reforzar los procedimientos que involucran la multiplicación de expresiones algebraicas.

El Propedéutico es un programa de selección para ingresar a la Educación Superior, dirigido a estudiantes talentosos, provenientes de ambientes vulnerables; ellos responden de manera positiva a las exigencias, esto se refleja en la comparación entre los resultados obtenidos al comenzar el Programa versus los resultados al finalizarlo, percibiendo un notorio progreso académico. ya que, independiente de las falencias de contenido de los estudiantes, estos al finalizar el Programa tienen, en general, mejor porcentaje de aciertos en los desarrollos de sus respuestas.

Este trabajo deja las puertas abiertas para realizar diversas investigaciones, tales como: i) verificar si hubo una modificación de los errores cometidos por los estudiantes, una vez aplicadas acciones remediales; ii) realizar un estudio de los patrones de error cometidos por los estudiantes en problemas construidos para generar errores, de esta manera se completarían las 4 fases que expone Socas (1997); iii) realizar un análisis de progreso por sujeto, lo que permitiría determinar el nivel de logro, en cada uno de los contenidos

contemplados en la asignatura, además este estudio resultaría enriquecedor para programas de permanencia universitaria, programas remediales, de tutorías, etc. iv) es relevante indagar si estos estudiantes, a los que se les realiza un análisis de progreso, basado en los errores cometidos, logran una mejor trayectoria formativa, tienen mayor permanencia, reducen el abandono en sus carreras y logran graduarse en los tiempos esperados.

Referencias

- Astolfi, P. (1999). El "error", un medio para enseñar. España: Diada Editora S.L.
- Bachelard, G. (1948). La Formación del Espíritu Científico. México: Siglo Veintiuno Editores.
- Blanco, M. (2009), Dificultades específicas del aprendizaje de las matemáticas en los primeros años de la escolaridad: detección precoz y características evolutivas (Tesis doctoral). Instituto de Formación del profesorado, Investigación e Innovación Educativa, España.
- Díaz, M. (2005). Modalidades de enseñanza centradas en el desarrollo de competencias. Orientaciones para promover el cambio metodológico en el Espacio Europeo de Educación Superior. Ed. Universidad de Oviedo, España.
- Engler, A.; Gregorini, M.; Müller, D.; Vrancken, S.; Hecklein, M. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. *Premisa, Revista de la Sociedad Argentina de Educación Matemática, 6(23),* 23-32.
- Figueroa, L. & González, M, (2015). Una Experiencia de Acceso Alternativo a la Educación Superior: Propedéutico USACH-UNESCO "Nueva Esperanza, Mejor Futuro". En Zúñiga, C., Redondo, J., López M. y Santa Cruz, E. (Eds.), Equidad en la Educación Superior: Desafíos y Proyecciones en la Experiencia Comparada. (pp. 121- 136). Santiago: El Buen Aire S.A.
 - Figueroa, L. & González, M. (2016). Articulación Entre Programas y Acciones Orientados al Acceso y Permanencia en la Universidad de Santiago de Chile. *Congresos CLABES*. Recuperado a partir de
 - https://revistas.utp.ac.pa/index.php/clabes/article/view/1369 Huitrado, J. & Climent, N. (2013). Conocimiento del profesor en la Interpretación de Errores de los Alumnos en Álgebra. *PNA*, *8*(2), 75-86.
- Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para Maestros. Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada.
- González L. y Uribe (2002). Modelos de análisis de la deserción estudiantil en la Educación Superior. *Revista calidad en la educación, N° 17,* 91-108.
 - Hernández, R. (2004). Metodología de la investigación. La Habana: Félix Varela.
- Lucero, A. (2014). Análisis de la Metodología y de la Confiabilidad de los Instrumentos Pre y Post-Test en la Asignatura de Matemática del Programa Propedéutico USACH-UNESCO en los años 2012 y 2013 de la Universidad de Santiago de Chile (Tesis de licenciatura). Universidad de Santiago de Chile, Chile.
- Noronha, H., Bisognin, E. & Bisognin, V. (2011). A Análise de erros como Metodologia de Investigação. Centro Universitário Franciscano (UNIFRA), Brasil.
 - Pochulu, M. (2006). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la Matemática en alumnos que ingresan a la Universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*. Recuperado de: https://rieoei.org/historico/deloslectores/849Pochulu.pdf
- Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el Aprendizaje en la Matemática. En Kilpatrick, J., Gómez P. y Rico L. (Eds.), Educación Matemática (pp. 69-103). Bogotá: Editorial Iberoamericana.
 - Sanmartí, N. (2000). 10 Ideas Claves Evaluar para Aprender. España: Grao Editorial.
- Socas, M. (1997). Dificultades, Obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Barcelona: Horsori.