Incidencia del curso de Pre-cálculo en el desempeño en Cálculo I para estudiantes de primer ingreso de la Universidad Tecnológica de Panamá

Dra. Norma Miller
Universidad Tecnológica de Panamá
Facultad de Ciencias y Tecnología
norma.miller@utp.ac.pa

Mgtr. Alejandro Hernández
Universidad Tecnológica de Panamá
Facultad de Ciencias y Tecnología
alejandro.hernandez1@utp.ac.pa

Resumen- *La deficiente preparación matemática de los estudiantes que ingresan a la Universidad Tecnológica de Panamá es uno de los factores que contribuyen al alto porcentaje de estudiantes desaprobados en Cálculo I. A lo largo de los años la universidad se ha enfrentado a este problema implementando diferentes modalidades de cursos preparatorios. En el verano del 2009 se ofreció por primera vez un curso de Pre-cálculo como nueva alternativa para preparar a los estudiantes de primer ingreso para cálculo. En el presente estudio se documenta el diseño, implementación y resultados del nuevo curso, estableciéndose así una línea base contra la cual hacer comparaciones en el futuro; se identifican algunos de sus beneficios, y se hacen recomendaciones para mejorar su efectividad. Los resultados sugieren que en su primera implementación el curso de Pre-cálculo ha sido igualmente efectivo, con respecto al porcentaje de aprobados en Cálculo I, como otras alternativas utilizadas en los últimos años; la distribución de notas pareciera haber mejorado. Por otro lado, los docentes de Cálculo I han podido cumplir a cabalidad con el temario del curso. Se obtuvo un modelo que predice el desempeño en Cálculo I basado en el desempeño en Pre-cálculo.*

Palabras Claves- *Curso de Pre-cálculo, desempeño en cálculo, estudiantes de ingeniería, preparación matemática, tasas de fracaso en cálculo.*

Abstract- *The serious deficiencies in the mathematical preparedness of incoming students at the Technological University of Panama, is one of the factors contributing to the high failure rates in Calculus I. Over the years, the University has faced this problem by implementing different types of calculus preparatory courses. In the spring of 2009, a Pre-calculus course was offered for the first time as a new alternative to prepare freshmen students for calculus. The present study documents the design, implementation and results of the new course, thereby obtaining a baseline for future comparisons; identifies some of its benefits; and makes recommendations to improve its effectiveness. Results suggest that in its first implementation the Pre-calculus course has been equally effective as other alternatives used during the past few years with respect to the overall percentage of students passing Calculus I; grade distribution appears to have improved. On the other hand, Calculus I teachers have been able to cover completely all course topics. A model prediting the performance in Calculus I was obtained, based on the performance in Pre-calculus.*

Keywords- *Calculus failure rates Pre-calculus course, engineering students, mathematical preparedness and performance in calculus.*

1. ANTECEDENTES

Es bien sabido que la materia de Cálculo presenta un gran reto para los estudiantes universitarios, sin exceptuar a los estudiantes de Ingeniería. En la Universidad Tecnológica de Panamá **(UTP)** las dificultades que típicamente enfrentan los estudiantes en la secuencia básica de Cálculo, y en particular en Cálculo I, traen consigo numerosas consecuencias, entre ellas: la deserción o abandono del curso; el alto porcentaje de fracasos; el déficit de temas cubiertos, lo que repercute en todos los cursos de Matemáticas y de otras ramas que tienen a Cálculo I como pre-requisito; y la pérdida de tiempo, recursos y entusiasmo por parte de los estudiantes. Incluso aquellos estudiantes que logran superar con éxito Cálculo I y pasar a cursos más avanzados presentan dificultad para aplicar los conceptos y métodos del Cálculo a problemas no rutinarios y dentro de nuevos

---

Tipo de Artículo: *Técnico*
Fecha de Recepción: *24 de agosto de 2010*
Fecha de Aceptación: *14 de junio de 2011*

contextos.

Si bien en la **UTP**, hasta donde los autores tienen conocimiento, no se han hecho estudios que exploren de qué manera las dificultades con cálculo pudieran estar vinculadas a la decisión de desistir de la carrera, existen investigaciones realizadas con estudiantes de Ingeniería (Ej. Fleming, Engerman, y Williams, 2006; Lavelle y Keltie, 2005) que indican una correlación positiva entre estudiantes que tienen dificultades con su primer curso de Matemáticas en la universidad y aquellos que terminan abandonando el estudio de la ingeniería.

Consciente de la seriedad del problema, la **UTP** ha implementado en el pasado diversas estrategias para tratar de subsanar la situación, generalmente atribuida a la deficiente formación matemática de los estudiantes al ingresar a la institución. Previo al 2004, se impartían cursos preparatorios independientes y paralelos en Álgebra, Trigonometría, Geometría, y Fundamentos de las ciencias básicas. Esta estrategia se descartó cuando se inició la aplicación de las pruebas del College Board, en el 2004; entre el 2004 – 2006, la Prueba de Aprovechamiento en Matemáticas (PAM) reemplazó los cursos preparatorios. En el 2007 se suspendió la aplicación del PAM; los nuevos estudiantes ingresaron ese año sin haber hecho el PAM y sin realizar tampoco ningún curso preparatorio. En el 2008 se retomó la idea de un curso, esta vez en formato de módulos (Álgebra, Trigonometría y Geometría), dictados por distintos docentes; sin embargo, el curso no era obligatorio y los estudiantes no recibían nota, con lo cual el esfuerzo que invertían solía ser mínimo. Finalmente, en el año 2009, se introdujo la modalidad de curso de *Pre-cálculo*, impartido por un solo docente, y de carácter obligatorio para todos los estudiantes de primer ingreso. Es éste el curso sobre el que informamos en este reporte.

2. METODOLOGÍA

El objetivo principal del presente estudio fue documentar el diseño e implementación de la primera edición del curso de Pre-cálculo a fin de obtener una línea de base del desempeño de los estudiantes contra la cual comparar futuras instancias del curso.

El universo para este estudio lo constituyeron todos los estudiantes matriculados en el curso de Cálculo I en el primer semestre del año académico 2009 (tanto los de la sede de Panamá, como de los Centros Regionales) que tomaron el curso de Pre-cálculo en el verano del 2009.

La metodología empleada en el estudio fue de tipo descriptivo, correlacional, con un componente cuantitativo y un componente cualitativo. La parte cuantitativa del estudio incluyó la comparación del desempeño en Pre-cálculo con el desempeño en Cálculo I; así como la comparación de los resultados de Cálculo I en el 2009 con resultados de años anteriores. El umbral para considerar significativas las estadísticas fue de 5%.

Los datos numéricos fueron proporcionados por la Dirección de Tecnología de la Información y Comunicaciones (DITIC) de la **UTP**[2]. Adicionalmente, se analizaron los porcentajes finales de Pre-cálculo y Cálculo I del año 2009 proporcionados por los docentes; esta

---

[1] Los autores son conscientes que el desempeño en Cálculo I depende no sólo del conocimiento previo de matemáticas de los estudiantes; ciertamente influyen otros factores, entre ellos, la enseñanza del propio curso de Cálculo, el cual también debiera ser objeto de escrutinio.

[2] Los cálculos que se presentan están basados en datos de Octubre 2009, con excepción de la comparación con años previos, donde se trabajó con

información permitió establecer correlaciones entre los diferentes indicadores de rendimiento académico y hacer algunas comparaciones con años anteriores.

Con el fin de poder escuchar la voz de los

pruebas fueron elaboradas individualmente por cada uno de los instructores. Las notas posibles para aquellos que completaron el curso eran "pasa" (P) o "no pasa"(X), y el umbral para pasar era de 61%, igual que en Cálculo I.

principales actores involucrados – docentes y estudiantes – y poner de manifiesto aspectos que los datos cuantitativos por sí solos no revelarían, la información anterior se complementó con información cualitativa. Se realizaron entrevistas semi-estructuradas a una muestra de docentes de diversas sedes. El número total de entrevistas a realizar no se determinó *a priori*, sino que se comenzó con un número pequeño, buscando obtener una pluralidad de opiniones y perspectivas; y se continuó entrevistando hasta que la información recogida comenzó a ser repetitiva y redundante.

Poco antes de concluir el curso de Cálculo I se les aplicó a los estudiantes una encuesta donde se preguntaba acerca de su entorno personal, sus hábitos de estudio y sus percepciones acerca de la utilidad del curso de Pre-cálculo para su desempeño posterior en Cálculo I. Esta información permitió detectar algunos factores que pudieron haber incidido en su rendimiento.

3. RESULTADOS

3.1 DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL CURSO DE PRE-CÁLCULO

El curso de Pre-cálculo dictado en el verano del 2009 inició el 14 de enero y concluyó siete semanas después, el 3 de marzo. Se impartieron 7 horas-clase semanales, para un total de 49 horas-clase de instrucción. Durante el curso se aplicaron tres exámenes parciales y un examen final.

El contenido de los exámenes fue sugerido por el comité de Pre-cálculo; sin embargo, las

El contenido del curso se ajustó al material comprendido en el folleto *Pre-cálculo* (Castillo, Alemán, y Camarena, 2008), elaborado por el Comité de Pre-cálculo, y disponible para docentes y estudiantes a un costo módico. Los temas tratados abarcan cinco áreas: álgebra, trigonometría, geometría analítica, funciones y sus gráficas, y temas de geometría. El detalle de los contenidos de cada área está descrito en el folleto. La dosificación propuesta para cada área puede verse en la tabla 1.

Tabla 1. Programación recomendada para los exámenes del curso de Pre-cálculo verano 2009.

Contenido	**Dedicación**
Conceptos fundamentales de álgebra	2 semanas
Trigonometría y Geometría analítica	2 semanas
Funciones y sus gráficas	2 semanas
Perímetro, área y volumen	1 semana

Fuente: Comité de Pre-cálculo 2009

3.2 INDICADORES DE DESEMPEÑO

La muestra estuvo compuesta por un total de 1,380 estudiantes. Con respecto a los datos proporcionados por DITIC, se pudo obtener información de prácticamente todos los estudiantes de la muestra. Sin embargo, los datos proporcionados por los docentes fueron más escasos; se obtuvieron puntajes finales de 748 estudiantes de Pre-cálculo y de 629 de Cálculo I; en total se logró obtener puntajes de

---

datos de Noviembre 2009. La diferencia de fecha repercute levemente en los datos, ya que estos no son estáticos sino que varían a lo largo del tiempo por diversas razones (reclamos, cambios de nota, estudiantes que no aparecen en lista, entre otros).

[3] Se refiere al valor numérico a partir del cual los docentes determinan la nota del estudiante.

[4] Esta cifra no toma en cuenta feriados u otras suspensiones de clase.

[5] Cabe mencionar que en algunos casos (Ej., el Centro Regional de Azuero), hubo coordinación entre docentes y las pruebas se desarrollaron en conjunto.

ambos cursos únicamente para 510 estudiantes, el 37% del universo. Aún así, esta cifra es

Tabla 3. Distribución de notas en Cálculo I – año académico 2009.

suficiente para representar adecuadamente a la población.

Las tablas 2 y 3 muestran porcentajes de aprobación en Pre-cálculo y Cálculo, respectivamente. En Pre-cálculo hubo 78% de aprobados; en Cálculo I, donde se aprueba con nota de A, B, C, o D, el porcentaje de aprobados fue de 70% (la suma de las primeras cuatro filas de la segunda columna:

Comparando el desempeño en el 2009 con el de los tres años anteriores (tabla 4), no se detectó ninguna diferencia significativa respecto al 2009.

Tabla 2. Distribución de notas en Pre-cálculo.

PRE-CÁLCULO		
Nota	**Frecuencia**	**Porcentaje**
P	1,620	78%
X	255	12%
I	90	4%
N	119	6%
Total	**2,084**	**100%**

Fuente: DITIC, Octubre 2009

NOTAS CÁLCULO I - Año 2009 (sólo estudiantes que pasaron pre-cálculo)		
Nota	**Frecuencia cálculo I**	**Porcentaje cálculo I**
A	156	11%
B	245	17%
C	329	22%
D	296	20%
F	236	16%
I	53	4%
N	86	6%
R	69	5%
Subtotal	**1,470**	**100%**

Fuente: DITIC, Junio 2010

Tabla 4. Distribución de notas en cálculo I durante los últimos cuatro años.

Año	**% A**	**% B**	**% C**	**% D**	**% Aprobados cálculo I**
2006	12%	15%	25%	17%	**69%**
2007	9%	15%	25%	20%	**69%**
2008	12%	18%	22%	17%	**69%**
2009	11%	17%	22%	19%	**69%**

Fuente: DITIC, Noviembre 2009

En cuanto a la distribución de notas, no se encontraron diferencias significativas entre el 2009 y el combinado de los 3 años previos; sin embargo, surgen algunas diferencias cuando se compara el combinado de 2008/2009 (años durante los que hubo algún tipo de curso preparatorio) con el combinado del 2006/2007 (en los que no hubo curso alguno): en el 2008/2009 fue significativamente mayor la proporción de estudiantes que obtuvieron "A" ($P = 0.01$) y "B" ($P = 0.00$), y menor la de los que obtuvieron "C" ($P = 0.01$), respecto al 2006/2007.

A continuación (Tabla 5) se presentan las correlaciones entre el puntaje final de Cálculo I y cada una de las siguientes medidas de desempeño: puntaje final de pre-cálculo, semestral cálculo I, índice Sem-I-09, Prueba de Aptitud Académica (PAA) total, PAA de matemáticas, promedio de secundaria.

Si bien por completitud se calcularon las correlaciones entre cada par de variables, el interés es principalmente en la primera columna de la tabla, esto es, las correlaciones respecto al desempeño en Cálculo I, medido con el puntaje final obtenido en el curso. Como puede verse, podría esperarse; correlaciones moderadas con el índice académico; y correlaciones bajas con el PAA y con el desempeño en secundaria. Llama la atención el valor tan bajo entre el PAA de Matemáticas y el indicador de secundaria, que coincide, sin embargo, con resultados obtenidos existen fluctuaciones importantes entre los diferentes coeficientes de correlación: hay correlaciones muy altas con el desempeño en el semestral, y con el curso de Pre-cálculo, como por la Oficina del Sistema de Ingreso Universitario (Bermúdez, 2009), y que sugiere que las mediciones reflejan cosas muy diferentes.

Tabla 5. Cuadro de correlaciones entre diversos indicadores de desempeño en Cálculo I.

INDICADOR	**Puntaje cálculo I**	**Puntaje pre-cálculo**	**Semestral cálculo I**	**Índice Sem-I-09**	**PAA Total**	**PAA Mate**	**Promedio secundaria**
Puntaje cálculo I	**1.00**						
Puntaje pre-cálculo	**0.66** (n = 326)	1.00					
Semestral cálculo I	**0.86** (n = 621)	0.67 (n = 459)	1.00				
Índice Sem-I-09	**0.74** (n = 620)	0.55 (n = 646)	0.66 (n = 1191)	1.00			
PAA Total	**0.35** (n = 629)	0.42 (n = 748)	0.34 (n = 1207)	0.27 (n = 2978)	1.00		
PAA Mate	**0.29** (n = 629)	0.33 (n = 748)	0.26 (n = 1207)	0.17 (n = 2978)	0.83 (n = 4459)	1.00	
Promedio secundaria	**0.33** (n = 529)	0.41 (n = 595)	0.27 (n = 1014)	0.39 (n = 2469)	0.29 (n = 3550)	0.05 (n = 3550)	1.00

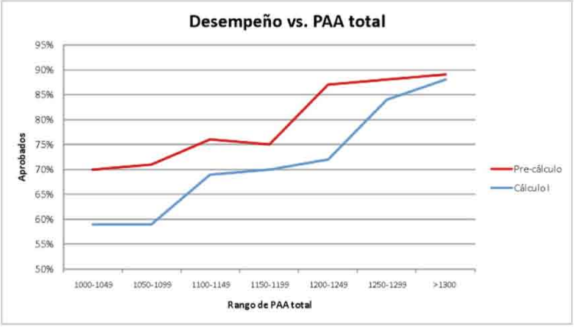

Figura 1. Rango de PAA total versus desempeño en Pre-cálculo y Cálculo I.

Dadas las correlaciones más bien bajas del PAA total con desempeño en Pre-cálculo y Cálculo I, se procedió a explorar esta relación para diferentes rangos del PAA total (figura 1). La asociación con Pre-cálculo resultó significativa (P = 0.00). Puede observarse en la gráfica que el cambio más pronunciado ocurre entre el rango de 1,150 – 1,199 puntos y el de 1,200 – 1,249 puntos. Un análisis similar con cálculo I revela también una asociación

frecuencia con un sólo predictor varían entre 0.30 y 0.40…" (Menéndez 1995, citado por Bermúdez 2004).

Por tanto, con un coeficiente de validez de 0.66, Pre-cálculo y puede ser un buen predictor del éxito futuro del estudiante en cálculo I. Se realizó un análisis de regresión a fin de generar un modelo predictivo del desempeño en Cálculo I a partir del desempeño en Pre-cálculo. La ecuación de regresión obtenida fue la siguiente:

significativa (P = 0.00). Para Cálculo I se detectan dos puntos de cambio pronunciado: primero entre 1050 – 1999 y 1100 – 1149 puntos, y luego entre 1200 – 1249 y 1250 – 1299 puntos.

De la tabla 5 se desprende que la correlación entre cálculo I y pre-cálculo puede ser considerado indicativo de una alta codependencia. De hecho, de acuerdo con estudios del College Board, *"en muy pocos casos se encuentran coeficientes de validez mayores de 0.60 cuando se utiliza un solo predictor. .... Los coeficientes que se encuentran con más*

Cálculo = 1.73 + 0.87 * Pre-cálculo

Las estadísticas correspondientes a la regresión son: 326 observaciones; F(1, 324) = 247.57; Prob > F = 0.000; coeficiente de correlación R = 0.66; coeficiente de determinación (varianza) R2 = 0.43.

La Figura 2 muestra la distribución de los puntos alrededor de la línea de regresión, así como la distribución de los residuales.

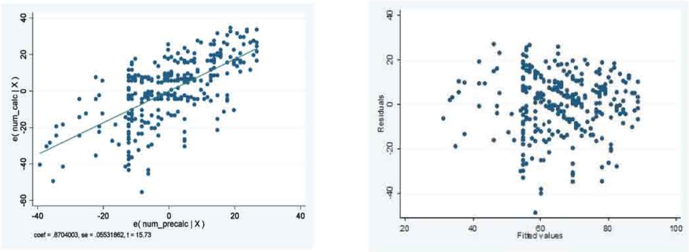

Figura 2. Diagrama de dispersión y línea de mejor ajuste para el análisis de regresión de desempeño en Cálculo I respecto a Pre-cálculo (izquierda); nube de puntos de los residuos de la regresión (derecha).

La pendiente de la ecuación anterior (0.87) es menor que 1, lo cual es consistente con el hecho de que, siendo un curso más difícil, se espera que el desempeño en cálculo sea menos bueno que en Pre-cálculo. En la Tabla 6, se ven las predicciones de este modelo básico para varios puntajes de Pre-cálculo.

El modelo predice que un puntaje de 61 en Pre-cálculo corresponde a un puntaje de 55 en Cálculo I, lo que significa que el mínimo puntaje de pase en Pre-cálculo no sería suficiente para aprobar Cálculo I. Por cada 10

puntos de aumento en la nota en Pre-cálculo, la nota de Cálculo I aumenta en promedio por aproximadamente 9 puntos, de manera que el desempeño esperado en Cálculo I sería aproximadamente una nota por debajo de la nota obtenida en Pre-cálculo. Según este modelo, un estudiante necesitaría obtener el equivalente de una "C" en Pre-cálculo para aprobar Cálculo con una "D".

Un análisis similar se realizó con un modelo ampliado que incluía las variables promedio de secundaria y PAA matemático, lográndose un coeficiente de determinación un poco mayor (R2 = 0.48 en vez de 0.43). La ecuación de regresión

Cálculo = -44.37 + 9.77*Prom_sec + 0.03*PAA_mate + 0.72*Pre-cálculo

Las estadísticas de la regresión correspondientes son: 250 observaciones; F (3, 246) = 84; Prob > F = 0.000; coeficiente de correlación R = 0.69; coeficiente de determinación R2 = 0.48.

Asumiendo que un estudiante tiene un promedio de secundaria "típico" de 4.0 y un PAA matemático "típico" de 528.3 (el promedio de los estudiantes de este estudio), esta regresión genera predicciones similares a las obtenidas anteriormente con el modelo básico, como puede apreciarse en la Tabla 7.

es:

Tabla 6. Predicciones del modelo de regresión básico, R2 = 0.43.

CURSO	PORCENTAJE FINAL			
Pre-cálculo (dado)	61	71	81	91
Cálculo I (predicción *modelo básico*	55	64	72	81

Tabla 7. Predicciones del modelo de regresión ampliado para un estudiante "típico".

CURSO	PUNTAJE FINAL DEL CURSO			
cálculo (dado)	61	71	81	91
(predicción modelo básico)	55	64	72	81
Cálculo I (predicción modelo ampliado)	54	62	69	76

3.3 FACTORES ASOCIADOS CON EL DESEMPEÑO ACADÉMICO

Los resultados de esta sección se derivan del cuestionario aplicado a los estudiantes de Cálculo I al finalizar el primer semestre. La encuesta preguntaba información personal y de hábitos de estudio con el fin de detectar otros factores, aparte de destreza matemática, que pudieran estar incidiendo en el desempeño de los estudiantes de Cálculo I.

Se analizan primero los factores que resultaron asociados con aprobar el curso (nota de A, B, C o D); luego los factores que resultaron asociados con un *aprobar de manera satisfactoria* (nota de A, B o C).

3.3.1 ENTORNO PERSONAL

Dentro de "entorno personal" las variables consideradas fueron las siguientes: a) tiempo de viaje casa-universidad; b) ingreso familiar mensual; c) tipo de secundaria (pública vs. privada); situación laboral del estudiante (trabaja o no); d) año de graduación de secundaria (corriente u otro); e) situación de vivienda (con quién vive); f) horas de sueño; y g) rehabilitación de Matemáticas en secundaria. De todas ellas, la única con la que se encontró una asociación significativa fue con tiempo de viaje (P = 0.04). La asociación resultó inversa; es decir, a mayor el tiempo de viaje, peor desempeño. Cabe destacar que entre el conjunto de estudiantes que viajan 1.5 horas o más para llegar a la Universidad no se encontró ninguna nota de A y una sola B.

Aprobar satisfactoriamente el curso de Cálculo I resultó tener asociaciones significativas con ingreso familiar (P = 0.025) , teniendo ventaja los estudiantes de mayor ingreso; tipo de escuela secundaria (P = 0.026), presentando rendimiento mejor rendimiento los estudiantes de escuelas privadas; año de graduación del estudiante (P = 0.007), siendo menor la probabilidad de nivel sólo de aprobación (D o mejor nota), se encontró relación significativa con asistencia a clases (P = 0.00). En particular, comparando 2 o menos ausencias a lo largo del semestre, versus 3 o más, la prueba indicó que a mayor número de ausencias, menor probabilidad de aprobar el curso.

Se halló también una relación significativa con número de formas de estudio (P = 0.04), en donde la variable formas de estudio se agrupó en dos categorías: 3 o menos formas de estudio y más de 3. La prueba indica que entre más formas de estudio, mayor el nivel de aprobación. Por otra parte, los estudiantes de cálculo I emplean en promedio 3.4 IC (3.2, 3.5) formas de estudio y 1.9 IC (1.8, 2.0) diferentes recursos para estudiar la materia (la principales formas de estudio y recursos

---

[6] Aunque se recogieron alrededor de 1,000 cuestionarios llenados, sólo 385 han sido procesados a la fecha y es en éstos en los que se basan los resultados de esta sección.

aprobar con nota satisfactoria Cálculo I al aumentar el tiempo transcurrido desde su graduación; y situación laboral del estudiante (P = 0.049), con sólo un 29% de los estudiantes que trabajan desempeñándose de manera satisfactoria (nuevamente, ninguna A), en comparación con un 48% para los que no trabajan.

3.3.2 PREFERENCIAS Y HÁBITOS DE ESTUDIO

En esta sección se analizan las siguientes variables relacionadas con "preferencias y hábitos de estudio" de los estudiantes: a) gusto por las matemáticas (mucho vs. algo o nada); b) asistencia a clases; c) horas de estudio semanal; d) frecuencia de estudio; e) número de recursos usados para el estudio; y f) número de formas diferentes de estudio. A se muestran en las figuras 3 y 4, respectivamente).

A nivel de desempeño satisfactorio (C o mejor nota) resultó significativa sólo la variable gusto por las Matemáticas (P = 0.00). Interesantemente, las variables horas de estudio semanal y frecuencia de estudio no evidenciaron asociación significativa con desempeño satisfactorio. Aún controlando por la variable gusto por las matemáticas, no se encontró relación; es decir, no se encontró un mejor desempeño en Cálculo I entre aquellos estudiantes que dedicaron más de 5 horas de estudio por semana a la materia y aquellos que dedicaron menos de 2 horas por semana; tampoco se detectaron diferencias entre aquellos que estudian para la materia todos los días y los que sólo estudian para el examen. Estos intrigantes resultados, que podrían estar relacionados con la manera en que los estudiantes abordan el estudio del Cálculo, ameritarían explorarse con mayor profundidad.

---

[7] Estos valores podrían no ser muy confiables dado que muchos estudiantes no manejan esta información.

[8] Faltaría indagar más a fondo controlando la variable ingreso familiar.

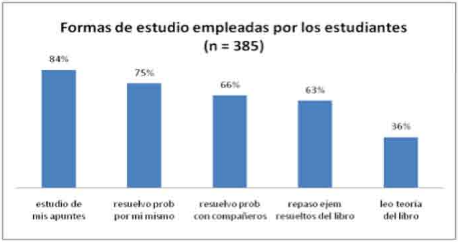

Figura 3. Principales *estrategias* que utilizan para estudiar los estudiantes de Cálculo I.

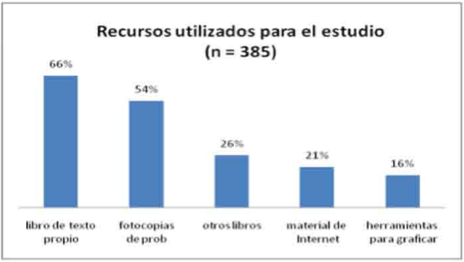

Figura 3. Principales *recursos* que utilizan para estudiar los estudiantes de Cálculo I.

3.3.3 DIFICULTADES CON TEMAS DE CÁLCULO

Una pregunta del cuestionario pedía que el estudiante señalara la unidad de Cálculo I que más se le había dificultado. Los resultados se plasman en la siguiente tabla.

Unidad temática	Porcentaje con dificultad
Límites	26%
Derivadas	17%
Aplicaciones de la derivada	52%
Integrales	18%

Tabla 8. Áreas de mayor dificultad en Cálculo I según los estudiantes (n =385).

Los motivos que señalan los propios estudiantes para explicar las dificultades que presentan con el estudio de las diferentes unidades son, en orden de mayor a menor frecuencia, la siguientes: dificultad para analizar, interpretar, visualizar (25%); cantidad y diversidad de material (11%); falta de comprensión de ciertos temas (10%); confusión de reglas, fórmulas, y conceptos (10%); falta de esfuerzo y práctica (9%); dificultad del material (9%); desconocimiento del tema (6%); no recordar temas que son pre-requisitos (4%); formación deficiente en secundaria (4%); aspectos relacionados con la docencia (4%). Resulta interesante que los estudiantes reconocen que su principal problema está en la parte analítica e interpretativa; esto es consistente con el hecho de que la unidad que más estudiantes destacan como la de mayor dificultad es justamente la de aplicaciones de la derivada, en la que se requiere poner en práctica este tipo de habilidades. En este sentido los estudiantes de la **UTP** presentan las mismas limitaciones que estudiantes en universidades norteamericanas, quienes tampoco logran un entendimiento profundo de las ideas del Cálculo y, por ende, no son capaces de utilizar su conocimiento de Cálculo de una manera flexible (Selden et al., 1999).

cuentan con un promedio de 17.8 IC (12.9, 22.6) años de servicio en la **UTP,** lo cual sugiere que tienen amplia experiencia con el problema del que se ocupa este estudio.

Respecto a los resultados que mostramos a continuación cabe hacer hincapié que, dado el formato semi-estructurado, de preguntas abiertas, de las entrevistas, y la sensibilidad y aprensión de los docentes respecto al estudio, aunque había un núcleo de preguntas comunes para todos, se profundizaba en algunos temas o se tocaban solamente de manera somera de acuerdo

3.3.4 PERCEPCIONES SOBRE EL CURSO DE PRE-CÁLCULO 2009

Un aspecto importante del estudio, como ya se ha mencionado, fue complementar los datos numéricos con las percepciones de los principales actores, a saber, docentes y estudiantes. En las siguientes secciones presentamos los datos generados por las entrevistas realizadas a los docentes, así como la parte de opinión del cuestionario aplicado a los estudiantes.

3.4 PERCEPCIÓN DE LOS DOCENTES

Se entrevistó a 19 docentes de un universo máximo de 60 docentes que impartieron el curso de Pre-cálculo durante el verano 2009, y un máximo de 46 que dictaron Cálculo I durante el primer semestre 2009. De los entrevistados, 11 que enseñaron ambos cursos, 2 que enseñaron sólo Pre-cálculo, y 6 sólo Cálculo I. Por sede, los docentes entrevistados se distribuyeron de la siguiente manera: 3 del Centro Regional (C.R.) de Azuero, 4 del C.R. Chiriquí, 2 del C.R. de Coclé, 6 de la sede central en Panamá, y 4 del C.R. de Veraguas. Los docentes entrevistados a las respuestas que se iban dando y la actitud observada. Por lo anterior, los porcentajes reportados a continuación deben interpretarse en cada caso como un "valor mínimo", pudiendo el valor real estar por encima éste.

Primeramente las opiniones sobre las causas del alto porcentaje de desaprobados en Cálculo I año tras año. Los datos de la tabla 9 muestran que la gran mayoría de los docentes (84%) concuerda en que una base académica deficiente es la principal causa de los problemas en Cálculo I. En segundo lugar, se destaca la dificultad para analizar y aplicar conceptos (37%), seguido de cuestiones motivacionales, conductas inmaduras, y malos hábitos de estudio (21%). Como puede verse, docentes y estudiantes señalan la dificultad para analizar problemas y aplicar los conceptos como uno de los más fundamentales.

Cuestionados sobre las principales áreas académicas deficientes de los estudiantes (Tabla 10.), los docentes señalan como más críticas, primero, factorización y productos notables (63%), y segundo, funciones y sus gráficas (47%). En menor medida se mencionan división sintética y geometría (21%).

Al preguntarles sobre el curso de Pre-cálculo un 37% de los docentes opina que los contenidos están bien, mientras que un 48% indican que algo se debe modificar, aunque se ofrecieron opiniones muy diversas sobre qué cambiar. En cuanto a la dosificación del curso, el 79% opina que debe mejorar, ya que se sintieron muy presionados para poder cumplir con todo el material en el tiempo relativamente corto destinado al curso.

Tabla 9. Opiniones de los docentes sobre las causas del alto nivel de desaprobados en Cálculo I.

DOCENTES : **Causas de bajo rendimiento en cálculo I (n = 19)**

---

[9] Este valor máximo lo estimamos dividiendo los 2,084 estudiantes de pre-cálculo en grupos de 35, y asumiendo que no hubiera docentes repetidos.

[10] Este valor máximo lo estimamos dividiendo los 1,380 estudiantes de cálculo en grupos de 30, y asumiendo que no hubiera docentes repetidos.

Base académica deficiente; desconocen o no dominan contenido	84%
No pueden analizar ni aplicar conceptos	37%
Poca motivación, responsabilidad; falta de iniciativa; conformismo	21%
Falta de seriedad y disciplina / inmadurez	21%
Malos hábitos de estudio	21%
Dominio de la mecánica sin comprensión	16%
Mala organización / mal uso del tiempo; falta de práctica.	11%
Inasistencia / tardanzas	11%
No de discrimina entre básico / trivial	5%
Inseguridad	5%

Tabla 10. Opiniones de docentes sobre principales áreas académicas deficientes.

DOCENTES: Principales áreas deficientes (n = 19)	
Factorización / productos notables	63%
Funciones y sus gráficas	47%
División sintética	21%
Geometría	21%
Despejar / simplificar	16%
Operaciones con fracciones	16%
Modelos matemáticos; interpretación de texto	11%
Resolver ecuaciones	11%
Radicales y exponentes	5%
Identidades trigonométricas	5%

A continuación se transcriben algunas de las observaciones y recomendaciones específicas vertidas por los docentes sobre contenidos y dosificación:

- *"Muy corto el tiempo para la cantidad de material."*
- *"Demasiado tiempo dedicado al principio; muy poco al final."*
- *"Muchachos no tienen tiempo de practicar."*

No obstante, un 21% apunta que el esquema actual le da mayor seriedad y formalidad al período de nivelación de los estudiantes.

En respuesta a la pregunta, planteada a los docentes que imparten Cálculo I, sobre los beneficios del curso de Pre-cálculo para los estudiantes de Cálculo I, 29% respondieron que no han tenido que dar tantas explicaciones sobre nociones elementales, 18% reportan una mayor participación de los estudiantes en clase, 18%

- *"Docentes que dan el curso deben conocer necesidades futuras de los estudiantes."*
- *"Debe dedicarse más tiempo a funciones y sus gráficas, con énfasis en transformaciones de funciones."*
- *"Pasar rápidamente por productos notables y factorización."*
- *"Enfocar geometría analítica y trigonometría desde una perspectiva funcional."*
- *"Aumentar el tiempo de 7 a 9 horas semanales; quizá poner los parciales en sábados."*
- *"Tener un abordaje más riguroso, más sofisticado de los temas."*
- *"Eliminar Álgebra."*
- *"Incluir números complejos."*

Sobre el tema de la evaluación del curso, 21% señalaron estar satisfechos con la modalidad empleada, 16% propone que el examen final sea uniforme para la sede y todos los centros regionales, 47% recomienda se revise y suba el criterio de pase (actualmente fijada en 61%), y 42% manifiesta estar de acuerdo con que se mantenga la opción de rehabilitación.

Dados a escoger entre el curso de Pre-cálculo y otras alternativas implementadas con anterioridad, un 42% preferían las otras opciones, principalmente por el factor tiempo. reportan haber recibido comentarios positivos de los estudiantes sobre el curso, 12% notan mayor seriedad y madurez en los estudiantes, y 24% manifestaron no haber observado ningún beneficio. Llama la atención que sólo uno de los encuestados (6%) tenía la impresión que los estudiantes salían mejor en los parciales de Cálculo I.

Finalmente, en las entrevistas se tocó el tema del uso de la tecnología como herramienta de trabajo. Encontramos que la tecnología es usada por un 47% de los encuestados, siendo lo más común el retroproyector y las herramientas de visualización (Ej., programas para graficar o *applets* en Internet); seguido del correo electrónico, y Power Point. Un docente mencionó haber incursionado en desarrollar un curso a través de **UTP** virtual. No obstante, es revelador que de los 19 entrevistados, sólo uno (1) asigna problemas del texto que requieren el uso de herramientas para graficar o sistemas de cálculo algebraico.

3.5 PERCEPCIÓN DE LOS ESTUDIANTES

La percepción de los estudiantes sobre el curso de Pre-cálculo se infiere a partir de preguntas de opinión de la encuesta que se les aplicó. Es importante mencionar que estas preguntas, a diferencia de las que preguntaban sobre entorno personal y hábitos de estudio, eran completamente abiertas. En vista de la gran variedad de respuestas obtenidas, se agruparon aquellas cuyo sentido

---

[11] La mayoría lo contrastaban con el esquema de módulos; o los cursos completos en 4 áreas básicas.

era esencialmente el mismo buscando reducir el número de categorías sin diluir el significado de lo expresado. Debe mantenerse en mente que, al no proveerse opciones, las respuestas son producto de lo que el estudiante recordaba o consideraba valioso meses después del curso; por lo anterior, estos resultados deben interpretarse con cautela, y al igual que con las percepciones de los docentes, como un "valor mínimo".

La primera pregunta se refería a los temas del Pre-cálculo que los estudiantes identificaron

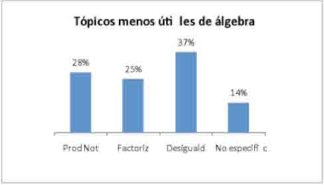

Figura 6. Temas de pre-cálculo mencionados como menos útiles para cálculo I.

como más útiles para Cálculo I (figura 5). Sobresalen en primer y segundo lugar funciones y sus gráficas (67%) y Álgebra (61%), respectivamente; ambos temas fueron destacados también por los docentes (Tabla 10). Sorprende el 22% que menciona temas de Cálculo; cabe la posibilidad de que se confundieran con el curso de Cálculo I.

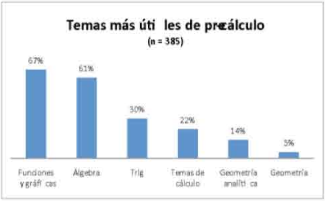

Figura 5. Temas de pre-cálculo mencionados como más útiles para cálculo I.

En contraposición, los temas que los estudiantes consideraban que *menos* les habían servido para su curso de cálculo I fueron álgebra y geometría analítica (Figura 6). Algunos estudiantes fueron más específicos e identificaron determinados tópicos dentro de éstas áreas (Figura 7).

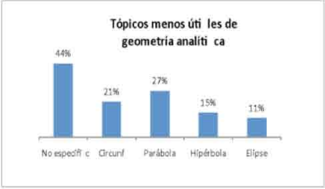

Figura 7. Tópicos específicos de álgebra y geometría analítica señalados como menos útiles.

La siguiente pregunta indagaba sobre los temas a los que el estudiante hubiera querido que se dedicara más tiempo durante el curso (Figura 8). Destaca en primer lugar el tema de funciones, seguido de gráficas, y luego diversos temas de Trigonometría. Llama la atención la frecuencia con que se mencionaron temas de Cálculo; este resultado pareciera indicar que se estuvieran confundiendo los cursos de Pre-cálculo con Cálculo I.

En la Figura 9 aparecen las respuestas de los estudiantes a la pregunta sobre los

---

[12] Debe recordarse que la encuesta fue aplicada al finalizar el curso de Cálculo I. Para entonces ya había pasado un semestre desde el curso de Pre-cálculo. No obstante, también cabe la posibilidad que los estudiantes estaban manifestando la necesidad de incluir estos temas de Cálculo dentro del curso de Pre-cálculo.

beneficios colaterales que les aportó el curso de Pre cálculo, es decir, beneficios que iban más allá de los aspectos netamente académicos del curso.

Finalmente, en la figura 10 se presentan las acciones que los estudiantes sugieren tomar a la Universidad a fin de ayudarlos a prepararse adecuadamente para el curso de Cálculo I.

4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

A menudo en las instituciones se período de verano del 2009. El estudio se propuso analizar el desempeño de los estudiantes en este curso, así como su posterior desenvolvimiento en Cálculo I, obteniendo de esta manera una línea de base contra la cual comparar futuras instancias del curso de manera que las decisiones que se tomen tengan una base más sólida sobre la cual sustentarse.

Los resultados obtenidos en esta primera implementación del curso coinciden con los de implementan medidas que buscan solucionar determinados problemas. Sin embargo, es común que, sin haber hecho una evaluación de determinada medida, la misma se juzgue inefectiva y se cambie por otra. Este proceso de prueba y error a la larga puede resultar costoso y no llegar a solucionar el problema. Algo como esto ha sido lo que, a lo largo de los años, se ha venido haciendo en la **Universidad Tecnológica de Panamá** en lo referente a la preparación matemática de los estudiantes de primer ingreso.

Este estudio se propuso comenzar a darle mayor rigor científico a la toma de decisiones sobre este tema, al documentar el diseño e implementación de la primera edición del curso de Pre-cálculo, puesto en marcha durante el años anteriores en cuanto al porcentaje de estudiantes aprobados en Cálculo I; en otras palabras, pareciera no haber habido diferencia en los niveles de aprobación entre las modalidades de curso preparatorio implementadas en el pasado y la nueva modalidad. Sin embargo, en la literatura sobre implementación de cambios en diversos sistemas, está documentado que frecuentemente el impacto de los cambios implementados no se perciba en un inicio, sino que requiera de un período de ajuste para las partes involucradas. En este sentido, sería imprescindible obtener datos en los años subsiguientes para determinar si la introducción del curso de Pre-cálculo ha sido exitosa o no en cuanto a reducir la tasa de fracaso.

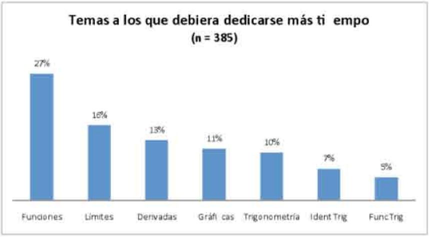

Figura 8. Temas a los que se debiera dedicar más tiempo en Pre-cálculo.

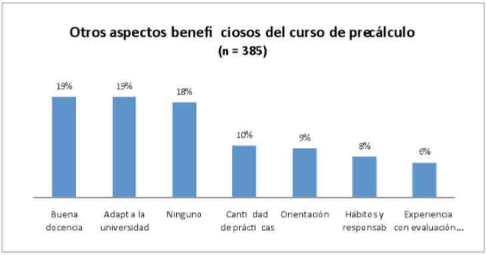

Figura 9. Beneficios colaterales – no académicos – del curso de Pre-cálculo.

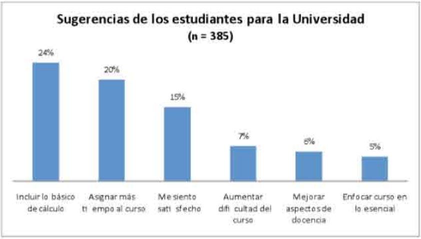

Figura 10. Acciones sugeridas a la Universidad respecto al curso de Pre-cálculo.

Lo que sí se ha observado es una aparente mejora en la distribución de notas. En particular, comparando el combinado de los dos años en los que hubo algún tipo de curso preparatorio (2008/2009) con el de los dos años en que no hubo (2006/2007), hay significativamente más A's y B's y menos C's en 2009/2008 que en el 2006/2007, indicando que un curso de preparación sí tiene una incidencia positiva en el desempeño en cálculo I.

Por otra parte, los resultados muestran una alta correlación entre Pre-cálculo y Cálculo I, con valores del orden de 0.66. Valores tan altos como estos, que pudiesen ser producto de la gran similitud entre contextos, actores y herramientas de evaluación entre ambos cursos, hacen del desempeño en Pre-cálculo un buen predictor del futuro desempeño en Cálculo I.

En base al análisis de regresión realizado, se llegó a un modelo que anticipa que el desempeño en Cálculo I sería de una nota por debajo del desempeño en Pre-cálculo, asumiendo que ésta se calificara con nota (en vez de "pasa" / "no pasa"). Se requeriría, por tanto, un desempeño mínimo de nivel C en Pre-cálculo a fin de estar preparado para aprobar Cálculo I.

Buscando otros factores que pudiesen incidir en el desempeño en Cálculo I, se hallaron correlaciones con varios aspectos del entorno personal, como ingreso familiar, situación laboral, y tipo de escuela, vinculados todos a la situación económica de la familia del estudiante. Otros estudios han encontrado asociaciones similares. De hecho, el factor económico prima a tal punto que Fleming et al. (2006), encontraron

el desarrollo de las clases, y participar y preguntar más. Se presume entonces que ha habido un mejor aprendizaje; sin embargo, es una cuestión que habría que explorar. De acuerdo a lo expresado por los estudiantes, la exposición a unos ritmos, exigencias y evaluaciones que, si bien son menores que los que enfrentarán durante su primer semestre regular, son una aproximación más cercana que la proporcionada por la experiencia de secundaria, los ayuda en su adaptación a la vida universitaria.

que estudiantes de Ingeniería beneficiados con becas por mérito, por tanto estudiantes sumamente motivados, preferían desistir de la Ingeniería antes que perder el apoyo económico debido a su desempeño en Matemáticas.

Lo anterior nos lleva a proponer un perfil del estudiante de la **UTP** "en riesgo" de suspender Cálculo I (y quizá eventualmente abandonar la Ingeniería), para quienes sería necesario diseñar un plan de apoyo e intervención temprana: Tentativamente el perfil sería el siguiente:

- Estudiantes con ingreso familiar mensual inferior a B/. 500.00
- Estudiantes que trabajan o que están buscando trabajo
- Estudiantes que viajan más de 1.5 horas hasta la Universidad
- Estudiantes que obtienen una nota por debajo de 71 en el primer parcial de Cálculo I
- Estudiantes repetidores
- Estudiantes graduados más de un año antes del año corriente

Los resultados de las entrevistas y cuestionarios apuntan a que existen otros beneficios que contribuyen al balance neto positivo del curso de Pre-cálculo. Primeramente, según el testimonio de los docentes entrevistados, el curso ha permitido que Cálculo I inicie donde debía iniciar (en límites) y concluya donde debía concluir (en área entre dos curvas). Al tener el material fresco en sus mentes, los estudiantes han podido seguir mejor

Es interesante notar que los estudiantes de la **UTP** señalaron en primer lugar la dificultad para analizar, interpretar, y visualizar problemas como un obstáculo para su buen desempeño en un curso de cálculo de nivel universitario. En otras latitudes (Ej. Estados Unidos), fue justamente la dificultad de los estudiantes para aplicar los conceptos del cálculo la principal razón por la que la comunidad educativa se abocó a una reforma profunda de la enseñanza de las Matemáticas en general, y del cálculo en particular (Hughes-Hallet, 2000). En contraste, aunque los docentes entrevistados también reconocen la debilidad de los estudiantes para aplicar las ideas Matemáticas, consideran que es ante todo un problema de dominar contenidos (37% versus 84%).

En cuanto a las limitaciones que presenta el curso de Pre-cálculo, ambas partes concuerdan en que enfocarse en el estudio de funciones y sus gráficas, y ciertos temas de álgebra, como factorización, sería de mayor provecho para los estudiantes en su preparación para cálculo.

Existe también un reconocimiento de parte de los estudiantes de fallas en sus métodos y hábitos de estudio. Lo que no encontramos fue una reflexión similar por parte de los docentes; desde el punto de vista de éstos, el problema radica enteramente en el lado de sus estudiantes.

5. CONCLUSIONES

Este estudio tuvo como objetivo dejar constancia de las características y resultados del curso de pre-cálculo puesto en marcha en la **UTP** por primera vez en el verano del 2009, contribuyendo así a que las decisiones que se tomen referentes al problema del desempeño en cálculo I puedan sustentarse mejor. Si bien los resultados de esta primera edición del curso aún no evidencian un aumento en el porcentaje de estudiantes que aprobaron cálculo I, sí han permitido a los docentes cubrir con mayor eficiencia y efectividad el material de cálculo I, evitando así la mora de temas que típicamente se acumulaban en Cálculo II. Del mismo modo, se

Recomendación 6. Considerar incluir, de manera conceptual, una o más de las nociones básicas de cálculo.

5.2 OTRAS RECOMENDACIONES

Recomendación 7. Proveer a los estudiantes mayor orientación sobre hábitos y métodos efectivos para el estudio de las matemáticas.

Recomendación 8. Fomentar la lectura y discusión de libros de texto de matemáticas.

Recomendación 9. Proveer servicio de tutoría por estudiantes más avanzados.

Recomendación 10. Proveer más opciones de becas y/o trabajo estudiantil para los estudiantes ha puesto de manifiesto, la estrecha relación entre los cursos de Pre-cálculo y Cálculo I, lo que ha permitido hacer algunas predicciones sobre el desempeño en Cálculo I según el desempeño en Pre-cálculo.

Con base en los resultados obtenidos, las opiniones de los docentes entrevistados y estudiantes encuestados, y la literatura sobre el tema, se proponen a continuación algunas recomendaciones que podrían considerarse para futuras ediciones del curso de Pre-cálculo:

5.1 RECOMENDACIONES PARA EL CURSO DE PRE-CÁLCULO

Recomendación 1. Incrementar el número de horas del curso.

Recomendación 2. Aumentar el tiempo dedicado a funciones y sus gráficas.

Recomendación 3. Tratar factorización de forma contextualizada, como parte de la solución de otro tipo de problemas.

Recomendación 4. Tratar Trigonometría y geometría analítica desde una perspectiva de funciones.

Recomendación 5. Incrementar el nivel de dificultad y rigurosidad del curso, enfatizando la conceptualización y la aplicación de conceptos en la interpretación, análisis y resolución de problemas complejos.

más necesitados.

Recomendación 11. Instaurar horas de oficina de docentes para atender las dudas de los estudiantes.

Recomendación 12. Identificar y dar apoyo temprano (Ej., asistencia obligatoria a sesiones de tutoría) a estudiantes "en riesgo" de suspender Cálculo I.

Recomendación 13. Dar seguimiento al curso de Pre-cálculo en los años subsiguientes.

Recomendación 14. Realizar un estudio piloto con diferentes escenarios para el curso de Pre-cálculo (Ej., un abordaje de contenido desde perspectiva netamente funcional.)

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al colega Carlos Bermúdez su ayuda en la obtención de información, así como sus aportes en la interpretación de los resultados. Gracias también a las profesoras Ángela Alemán y Alba Castillo por su apoyo con la distribución de los cuestionarios, y a los docentes y estudiantes que nos aportaron valiosas informaciones. Finalmente, gracias al estudiante Alexis Hevia por su invaluable y generoso apoyo en la captación y el manejo de los datos.

7. BIBLIOGRAFÍA

[1] FLEMING, L., ENGERMAN, K. WILLIAMS, D. "Why students leave engineering: The unexpected bond," American Society for Engineering Education, 2006.

[2] LAVELL, J. y KELTIE, R. "Calculus Intervention for First-Semester Engineering Students," Proceedings of the 2005 American Society of Engineering Education Annual Conference and Exposition, American Society of Engineering Education, 2005.

[3] CASTILLO, A., ALEMÁN, C., y CAMARENA, D. "Precálculo," Universidad Tecnológica de Panamá, 2008.

[4] BERMÚDEZ, C. Comunicación personal, 2009.

[5] BERMÚDEZ, C. "Validez del PAA en la UTP", Documento Interno, Universidad Tecnológica de Panamá, 2004.

[6] SELDEN, A., SELDEN, J., HAUK, S., y MASON, A. "Do calculus students eventually learn to solve non-routine problems?", Tennessee Technological University Mathematics Department Technical Report No. 1999-5, 1999. Disponible en: http://math.tntech.edu/techreports/TR_1999_5.pdf

[7] HUGHES HALLETT, D. "Calculus at the Start of the New Millennium," Proceedings of the International Conference on Technology in Mathematics Education, Beirut, Lebanon, 2000.