

# EL FACTOR DE MODIFICACIÓN DE RESPUESTA, $R$ , PARA EDIFICIOS DE PERÍODO CORTO

Oscar M. Ramírez  
Centro Experimental de Ingeniería  
Universidad Tecnológica de Panamá  
Apartado 6-2894, El Dorado  
Panamá, Rep. de Panamá

## RESUMEN

La aplicación del Factor de Modificación de Respuesta,  $R$ , en la estimación del cortante sísmico basal (ATC-3-06), reconoce la habilidad de una estructura para disipar energía en el rango inelástico. Esto implica que se reduce la demanda elástica bajo la suposición de que la estructura tiene adecuada ductilidad para aceptar las deformaciones (deflexiones, rotaciones) necesarias para disipar inelásticamente la energía que le impone el sismo de diseño. En este trabajo se presenta una discusión acerca de la aplicación del factor  $R$  para estructuras de período corto, y se recomienda una reducción lineal del factor  $R$  como una función del período de la estructura.

**Palabras claves:** Energía, disipación, ductilidad, espectro, sobre-resistencia

## ABSTRACT

Application of the Response Modification Factor,  $R$ , to estimate the seismic base shear (ATC-3-06), assumes that the structure has the ability to dissipate energy through inelastic action. It implies that the elastic seismic demand is reduced under the assumption that the structure has adequate ductility to accommodate the large deformations (rotations, deflections) needed for inelastic dissipation of the seismic energy imposed by the design earthquake. This study presents a discussion on the application of the factor  $R$  to short-period structures, and recommends a period-dependent relation for this factor.

**Keywords:** energy, dissipation, ductility, spectrum, overstrength

## 1. Introducción

La filosofía convencional de diseño sísmico supone que la energía impuesta por el sismo de diseño es disipada por la estructura a través de acciones inelásticas que se desarrollan en componentes determinados del sistema sismo-resistente. Basado en esta suposición, en el método de fuerza lateral equivalente, actualmente aceptado en los códigos sísmicos de Estados Unidos, se reduce la demanda elástica  $F_e$ , aplicando el factor de modificación de respuesta,  $R$ , de tal manera que la fuerza de diseño,  $F_d$ , se expresa como,

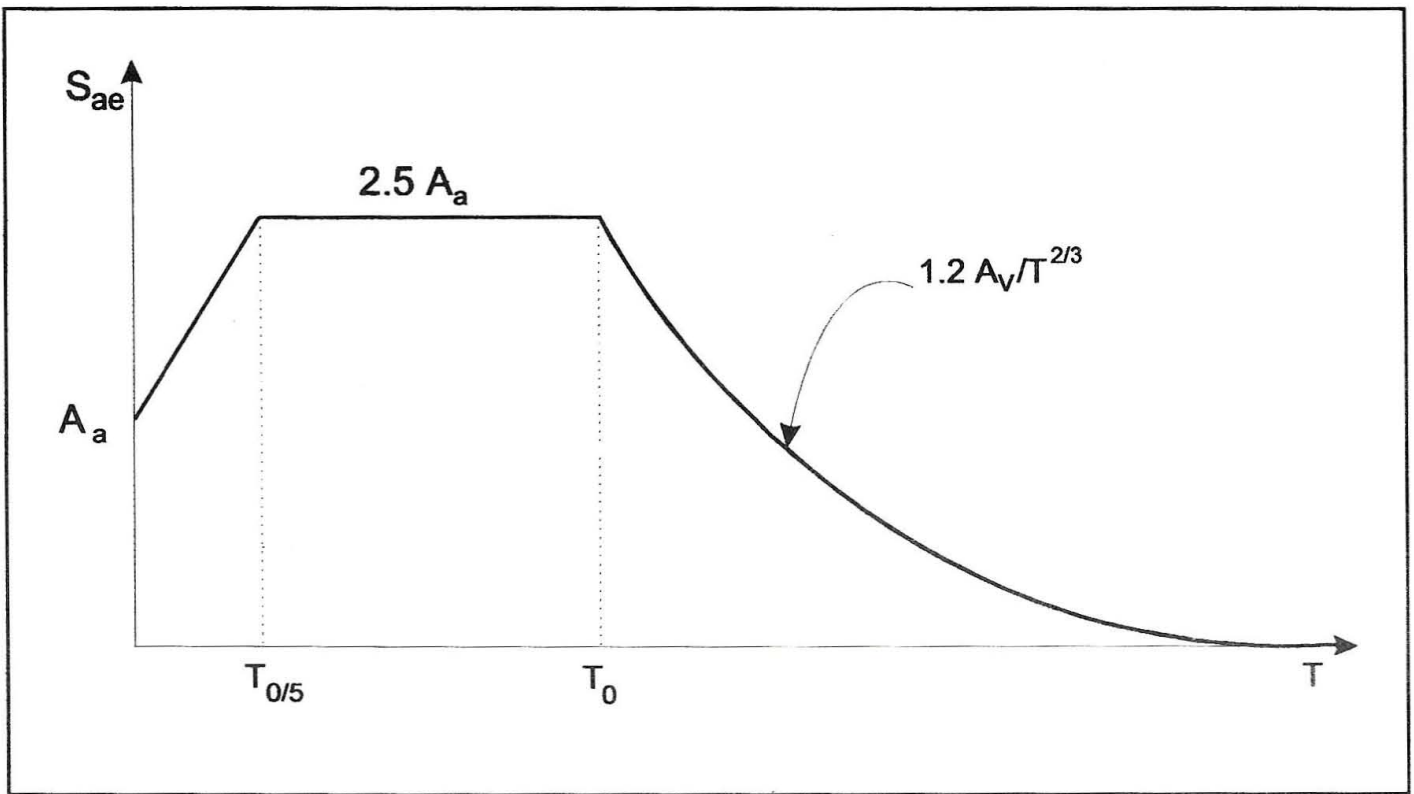
$$F_d = \frac{F_e}{R} = \frac{WS_{ae(\zeta=5\%)}}{R} \quad (1)$$

donde,

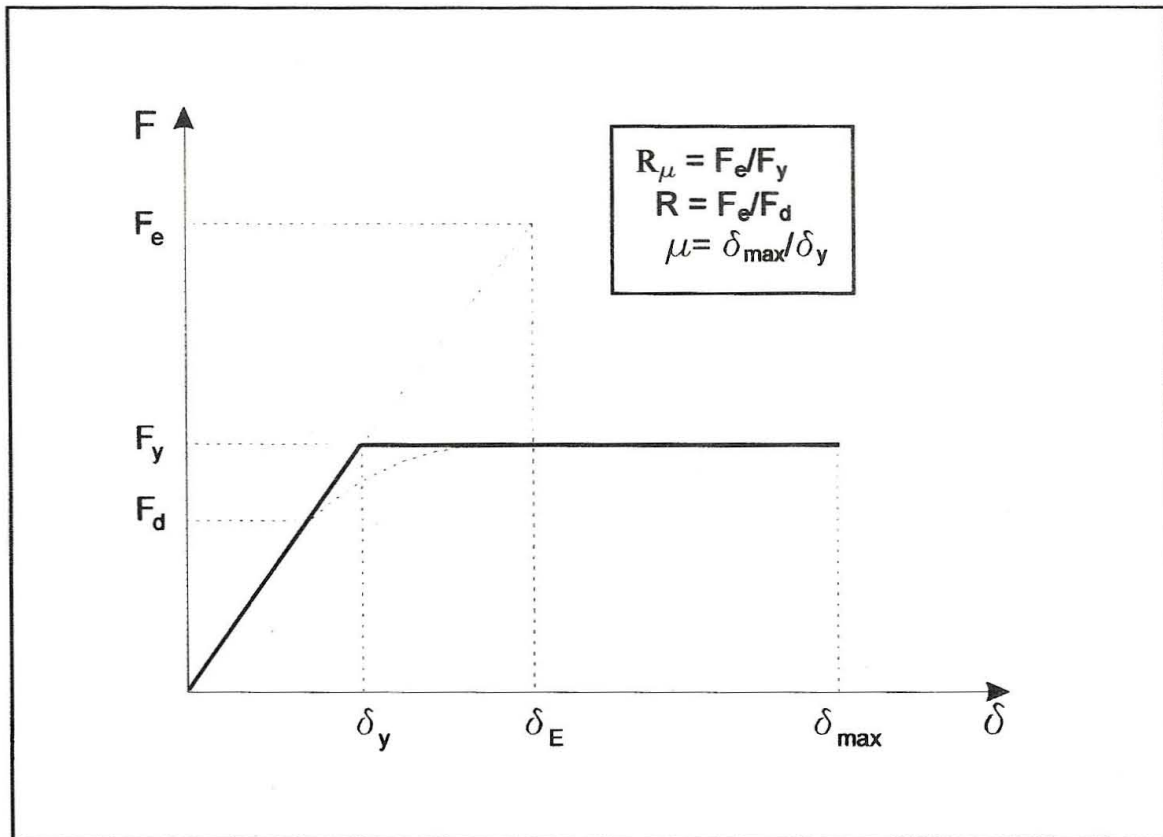
$W$  = Peso sísmico efectivo del edificio

$S_{ae(\zeta=5\%)}$  = Ordenada de aceleración espectral correspondiente al período fundamental del edificio para 5% de amortiguamiento (ver figura No.1)

Es decir, se diseña la estructura para un nivel de fuerzas  $F_d$  menor a la demanda que se requiere para mantener la estructura en el rango elástico,  $F_e$ . Bajo la acción del sismo de diseño esta estructura se plastificará en zonas específicas, y de esta manera disipará, mediante acción inelástica, la energía impuesta por el sismo. Obviamente, la estructura debe



**Figura 1:** Espectro de diseño elástico para 5% de amortiguamiento.



**Figura 2:** Modelo Bilineal Elasto-Plástico Perfecto.

tener la habilidad para deformarse inelásticamente la cantidad necesaria,  $\delta_{max}$ , para disipar la energía inducida por el sismo. En consecuencia, el valor del factor  $R$  está asociado a la ductilidad global de desplazamiento lateral de la estructura sismo-resistente,  $\mu$  ( $\mu = \delta_{max}/\delta_y$ ). Estos términos se ilustran en la figura No.2.

El factor de modificación de respuesta,  $R$ , recomendado por los códigos sísmicos de Estados Unidos, se indica como una función del tipo de sistema estructural, y no establece ninguna variación de este factor para estructuras de período corto ( $T < T_0$ ). La aplicación del factor  $R$ , tal como se entiende de esta definición, sugiere que para estructuras de período corto el cortante basal puede ser reducido dividiendo la demanda elástica por el mismo valor de  $R$  utilizado para reducir la demanda en estructuras de período largo ( $T > T_0$ ). Esto implica dos cosas:

- (a) Se puede diseñar las estructuras muy rígidas para aceleraciones menores que la aceleración pico del suelo, ya que al dividir la demanda elástica entre  $R$ , se obtienen aceleraciones de diseño menores a la aceleración del espectro para período  $T \sim 0$ .
- (b) La estructura de período corto es capaz de atender la alta demanda de ductilidad que le impone el sismo.

La implicación (a) indudablemente se contradice con el principio de igualdad de aceleraciones, el cual indica que las estructuras muy rígidas ( $T \sim 0$ ) vibran con la misma aceleración que vibra el suelo sobre el cual se soportan. A su vez, la implicación (b) es irrealista porque los niveles de demanda de ductilidad se acercan a infinito a medida que el período fundamental de la estructura se acerca a cero, y es un hecho confirmado que las

estructuras tienen una limitada capacidad para deformarse inelásticamente (ductilidad).

En este estudio se presenta una breve exposición sobre la demanda de ductilidad requerida en estructuras de período corto diseñadas con valores de  $R$  constante. Se incluye además una recomendación para reducir linealmente el factor  $R$  para estructuras de período corto, y se presenta gráficamente una comparación del efecto de esta reducción en la demanda de ductilidad,  $\mu$ , en el desplazamiento lateral,  $\delta$  y en el cortante basal,  $V$ , para algunos tipos de sistemas sismo-resistentes. Finalmente se presentan las conclusiones de este estudio.

## 2. Reseña Histórica del Factor $R$

Los factores de modificación de respuesta,  $R$ , recomendados en códigos sísmicos de los Estados Unidos tienen una limitada base técnica. Los valores asignados a este factor representan la opinión de consenso de ingenieros estructurales expertos en California a fines de la década de 1950. Según expresa el ATC-34 [1], estudios llevados a cabo por numerosos investigadores en los Estados Unidos han cuestionado la formulación y los valores asignados al factor de modificación de respuesta,  $R$ .

A mediados de la década de 1980, algunos investigadores de la Universidad de Berkeley [2, 3] propusieron expresar el factor de modificación de respuesta,  $R$ , como el producto de tres factores: el factor de resistencia,  $R_s$ , el factor de amortiguamiento,  $R_\zeta$ , y el factor de ductilidad  $R_\mu$ . Esta expresión tiene la forma,

$$R = R_s R_\mu R_\zeta \quad (2)$$

El factor de resistencia  $R_s$  se define como la relación entre la resistencia de cedencia  $F_y$  y la fuerza de diseño  $F_d$ ,  $R_s = F_y/F_d$ , mientras que el

factor de ductilidad  $R_\mu$  se define como la relación entre la demanda elástica  $F_e$  y la resistencia de cedencia  $F_y$ ,  $R_\mu = F_e/F_y$ . El factor de reducción por amortiguamiento se aplica para tomar en consideración la reducción de la respuesta debido a dispositivos suplementarios de amortiguamiento viscoso. En estructuras convencionales el factor  $R_\zeta$  es igual a 1.0.

Posteriormente, el proyecto ATC-34 [1] propone una nueva formulación del factor  $R$  la cual se expresa de la forma,

$$R = R_s R_\mu R_R \quad (3)$$

en donde  $R_R$  es el factor de redundancia. Este factor se introduce para cuantificar la confiabilidad de sistemas sismo-resistentes que utilizan múltiples líneas verticales de resistencia sísmica en cada dirección del edificio. Inicialmente se le asignó a  $R_R$  valores entre 0.70 y 1.0 dependiendo del número de líneas verticales de resistencia del sistema sismo-resistente.

En el resto de este trabajo se adopta la siguiente ecuación para expresar la descomposición del factor de modificación de respuesta,  $R$ ,

$$R = R_\mu \Omega_0 \quad (4)$$

donde  $\Omega_0$  es el factor de sobre-resistencia, y se define al igual que  $R_s$  como la relación entre la resistencia a cedencia  $F_y$  y la resistencia de diseño  $F_d$ . El factor  $\Omega_0$  se presenta en la Tabla 5.2.2 del NEHRP-97 [5]. No se considera el efecto de redundancia del sistema estructural, por considerar que no existe suficiente información para sustentar teóricamente el uso de este factor.

Las definiciones del factor de modificación de respuesta  $R$ , el factor de ductilidad  $R_\mu$ , el factor de sobre-resistencia del sistema  $\Omega_0$ , y el factor

de amplificación de desplazamiento  $C_d$  pueden ser encontradas en NEHRP-97 [5]. Una revisión de los valores de algunos de estos factores se presenta en [6].

### 3. El Factor $R$ y la Demanda de Ductilidad Global de Desplazamiento $\mu$

En 1989, Ridell y otros [7] establecieron una relación entre el factor de ductilidad,  $R_\mu$ , la ductilidad,  $\mu$ , y el período elástico de la estructura,  $T$ , correspondiente al modo fundamental de vibración. Estas relaciones son útiles para seleccionar factores de modificación de respuesta,  $R$ , que son dependientes del período de la estructura. Esta relación se expresa de la siguiente manera:

$$R_\mu = 1.0 + (\mu - 1) \frac{T}{T_0} \quad \text{para } T \leq T_0 \quad (5)$$

$$R_\mu = \mu \quad \text{para } T > T_0$$

donde  $T_0$  es el período de transición de la zona de aceleraciones constantes a la zona de velocidades cortante del espectro de respuesta para 5% de amortiguamiento viscoso.

Reemplazando (5) en (4) se obtiene,

$$R = \Omega_0 \left[ 1.0 + (\mu - 1) \frac{T}{T_0} \right] \quad \text{para } T \leq T_0$$

$$R = \Omega_0 \mu \quad \text{para } T > T_0 \quad (6)$$

Como se puede observar, la expresión de  $R$  para la región de aceleraciones constantes del espectro ( $T < T_0$ ) es una función de la ductilidad  $\mu$  y del período de elástico  $T$  de la estructura. La demanda global de ductilidad de desplazamiento para el rango de períodos

cortos se puede deducir a partir de la ecuación (6) como,

$$\mu = \left( \frac{R}{\Omega_0} - 1 \right) \frac{T}{T_0} + 1.0 \quad (7)$$

Es importante observar que el factor de sobre-resistencia,  $\Omega_0$ , y el período de transición del espectro,  $T_0$ , pueden ser considerados constantes para una misma estructura y un mismo tipo de suelo. Si adicionalmente se considera que el factor  $R$  es constante (tal como se recomienda en los códigos sísmicos de Estados Unidos), entonces es evidente en la ecuación (7) que la demanda de ductilidad es inversamente proporcional al período elástico de la estructura,  $T$ . Obviamente, la demanda de ductilidad tiende a infinito a medida que el período de la estructura se acerca a cero. La demanda de ductilidad máxima que puede aceptar un sistema sismo-resistente en el rango de períodos cortos se expresa de acuerdo a la expresión,

$$\mu_{max} = \frac{1}{2} \left( \frac{R}{\Omega_0 I} \right)^2 + 1.0 \quad (8)$$

donde  $I$  es el factor de importancia de acuerdo al tipo de ocupación de la edificación [4]. La ecuación (8) se obtiene considerando igualdad de energía en el rango de períodos cortos.

La figura 3 muestra las curva de ductilidad  $\mu$  versus la relación entre el período fundamental de la estructura y el período de transición,  $T/T_0$ , para sistemas sismo-resistentes con distintos valores de  $R$ , y un valor constante de  $\Omega_0 = 2.5$ . Debe observarse que el valor de  $\mu$  aumenta dramáticamente a medida que se reduce el período  $T$ . Para  $I = 1.0$ , la demanda de ductilidad máxima de acuerdo a (8) para distintos valores de  $R$  se muestra entre paréntesis en la figura No.3. En estructuras reales es imposible suministrar la

alta demanda de ductilidad requerida para períodos cortos. Es evidente, que para mantener una demanda de ductilidad en niveles aceptables para la estructura, es necesario expresar el factor  $R$  como una función del período elástico de la estructura; es decir, diseñar para una demanda de cortante mayor.

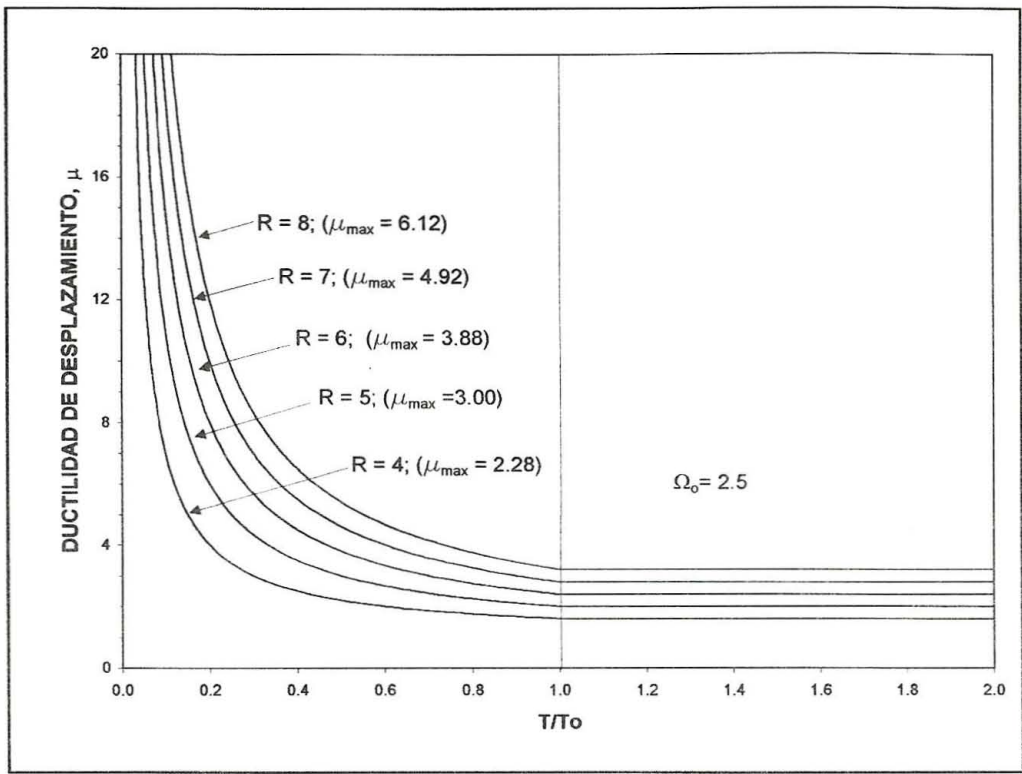
#### 4. Propuesta del Factor de Modificación de Respuesta para Períodos Cortos, $R^*$

El factor de modificación de respuesta para períodos cortos,  $R^*$ , se puede obtener a partir de la ecuación (6) como

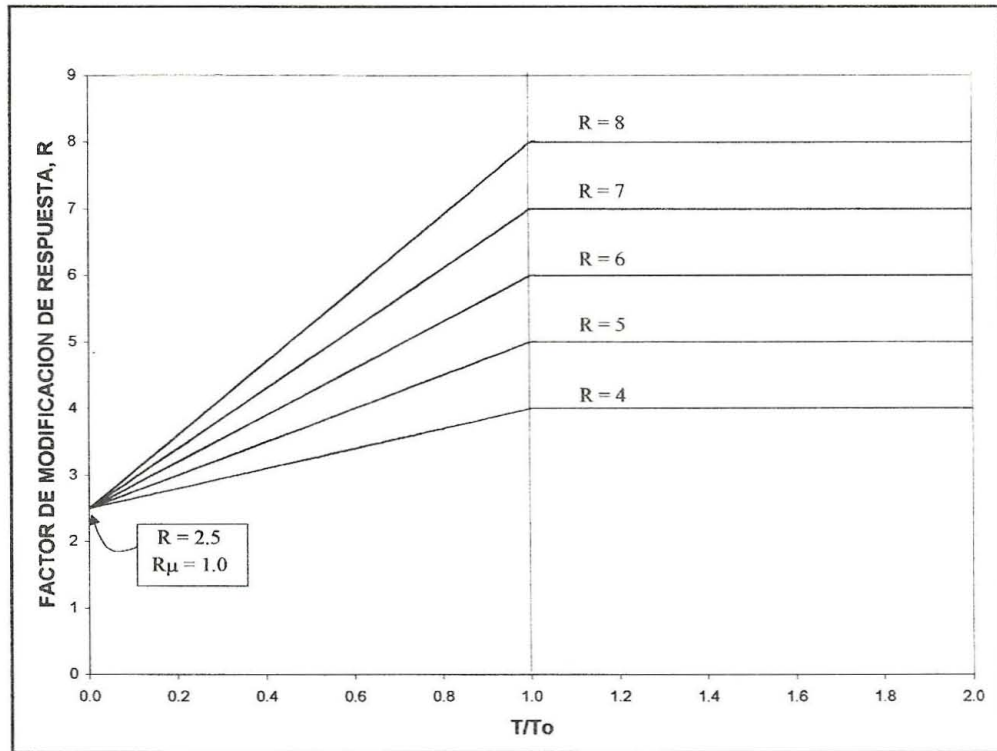
$$R^* = \Omega_0 \left[ 1.0 + \left( \frac{R}{\Omega_0} - 1 \right) \frac{T}{T_0} \right] \quad \text{para } T \leq T_0 \quad (9)$$

Es importante observar que el término de ductilidad  $\mu$  en la ecuación (9) ha sido reemplazado por el término  $R/\Omega_0$ , el cual expresa la demanda de ductilidad del sistema en la región de períodos largos mostrada en la ecuación (6). En este término  $R$  es el factor de modificación de respuesta, cuyos valor se presenta en la Tabla 5.2.2 del [5]. Dado que los valores de  $R$  y  $\Omega_0$  se consideran constantes para una estructura en particular, entonces se deduce que la ecuación (9) da como resultado valores de  $R$  en la región de períodos cortos para garantizar una demanda de ductilidad compatible con la demanda de ductilidad en la región de períodos largos. Es decir, se preserva una demanda de ductilidad aceptable para la estructura.

Tal como se puede observar en la Tabla 5.2.2 del [5], el valor de  $\Omega_0$  para distintos tipos de sistemas sismo-resistentes oscila entre 2 y 3. Específicamente, para Marcos de Concreto Reforzado y Acero (especiales, intermedios, y ordinarios) el valor de  $\Omega_0$  asignado es de 3.0; mientras que para Muros de Corte (especiales, ordinarios) el valor de  $\Omega_0$  asignado es de 2.5.



**Figura 3:** Ductilidad  $\mu$  vs. período elástico  $T$  para sistemas sismo-resistentes con distintos valores de  $R$ .



**Figura 4:** Variación del factor de modificación de respuesta para distintos sistemas estructurales.

Con el objeto de simplificar la expresión de  $R^*$  dada por la ecuación (9) se puede asumir un valor constante de  $\Omega_0$  para estos sistemas, sin perjuicio de la seguridad estructural. En este caso se recomienda el uso de  $\Omega_0 = 2.5$ . De esta manera, la ecuación (9) toma la forma,

$$R^* = 2.5 \left[ 1.0 + (0.4R - 1) \frac{T}{T_0} \right] \quad \text{para } T \leq T_0 \quad (10)$$

Reemplazo de (10) en (7) da como resultado,

$$\mu = \frac{R}{2.5} \quad (11)$$

La ecuación (11) expresa que el valor de la demanda de ductilidad es constante para cualquier valor del período elástico  $T$  menor que  $T_0$  ( $T/T_0 < 1.0$ ), y a la vez, es igual a la demanda de ductilidad requerida para estructuras de períodos largos ( $T/T_0 > 1.0$ ) del espectro. De esta manera se confirma que con la relación del factor de modificación de respuesta,  $R^*$ , dado por la ecuación (10) se preserva la demanda de ductilidad a valores aceptables para las estructuras de período corto. La figura No.4 muestra la variación del factor de modificación de respuesta para distintos sistemas estructurales, de acuerdo a la ecuación (10).

Para verificar el efecto de estas ecuaciones en el diseño de estructuras rígidas o semirígidas ( $T < T_0$ ), se aplicaron los valores de  $R^*$  según (10) a un edificio de marcos especiales de concreto reforzado ( $R = 8.0$ ), cimentado sobre suelo blando y se sometieron a las aceleraciones de diseño especificadas en el *Reglamento Estructural Panameño de 1994* [8] para la ciudad de Panamá. Se analizaron estas estructuras para 6 valores de períodos cortos. Se obtuvo la demanda de ductilidad de desplazamiento,  $\mu$ , el cortante basal,  $V$ , y el desplazamiento lateral máximo estimado,  $\delta_{max}$ .

Los resultados de estos análisis se presentan en la Tabla 1.

La figura 5 muestra la comparación entre los valores de cortante basal,  $V$ , demanda de ductilidad,  $\mu$ , y desplazamiento máximo,  $\delta_{max}$ , obtenidos utilizando un valor constante de  $R$  y los obtenidos utilizando la propuesta del valor de  $R$  reducido,  $R^*$ , para los sistemas examinados. Como se puede observar, el cortante basal obtenido utilizando  $R^*$  varía con el inverso del período desde un máximo para período  $T = 0.10$  seg. hasta un mínimo para  $T = T_0$ ; mientras al utilizar  $R$  constante, el cortante basal permanece constante. Por otro lado, la demanda de ductilidad  $\mu$  permanece constante a un valor de 3.20 al utilizar  $R^*$ , mientras que al utilizar  $R$  varía inversamente al período, desde un máximo de 14.46 para  $T = 0.10$  seg hasta el valor de 3.20 para un período de 0.6 seg. A su vez, el valor del desplazamiento máximo  $\delta_{max}$  aumenta para ambos valores de  $R$  a medida que aumenta el período, pero siempre el valor de  $\delta_{max}$  es menor cuando se utiliza el valor de  $R^*$ . En resumen la utilización de  $R^*$ , comparado a la utilización de  $R$ , da como resultado valores mayores de cortante, valores constantes y menores de ductilidad, y valores menores de desplazamiento. Debe observarse que en este ejemplo, la máxima ductilidad aceptada por la estructura según la ecuación (8) es de 3.20.

## 5. Conclusiones

En este trabajo se ha justificado la razón por la cual es necesario modificar los valores del factor de modificación de respuesta,  $R$ , recomendados en códigos sísmicos de Estados Unidos. Adicionalmente se ha propuesto una expresión para el valor del factor  $R$ , para edificios de período corto,  $R^*$ , como una función del período fundamental de la estructura,  $T$ , del período de transición del espectro de respuesta,  $T_0$ , y del factor  $R$  recomendado en los códigos sísmicos actuales.

<b>SISTEMA ESTRUCTURAL TIPO 1 Suelo Blando</b>						
No. de Niveles	1	2	3	4	5	6
Coefficiente de Aceleración, $v$	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11
Coefficiente de Aceleración, $a$	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11
Categoría de Desempeño Sísmico	C	C	C	C	C	C
Grupo de Exposición a la Amenaza	I	I	I	I	I	I
Factor de Suelo, $S$	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	2.50
Período de Transición, $T_0$	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61
Factor del Período, $C_t$	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
Altura del Edificio, $h_n$ (ft)	9.84	19.68	29.52	39.36	49.20	59.04
Período Fundamental Aprox., $T_a$	0.17	0.28	0.38	0.47	0.56	0.64
Coefficiente de Período Límite,	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70
Período Máx. Permitido, $T_{máx}$	0.28	0.48	0.65	0.80	0.95	1.09
Período Analítico, $T_i$	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60
Período de Diseño, $T$	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60
<b>SEGUN REP-94</b>						
Factor de Modificación, $R$	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>8</b>
Factor de Sobreresistencia, $\Omega_0$	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50
Factor de Ductilidad, $R_\mu$	3.20	3.20	3.20	3.20	3.20	3.20
$C_s$ , máx: $2.5 A_a/R$	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034	0.034
Demanda de Ductilidad, $\mu$	<b>14.46</b>	<b>7.73</b>	<b>5.49</b>	<b>4.36</b>	<b>3.69</b>	<b>3.20</b>
Desplazamiento Elástico, $\delta_e$ (mm)	0.68	2.73	6.15	10.93	17.08	24.60
Factor de Corrección por Inelasticidad, $C_I$	3.00	2.50	2.00	1.40	1.20	1.00
Desplazamiento Inelástico, $\delta_{in}$ (mm)	<b>2.05</b>	<b>6.83</b>	<b>12.30</b>	<b>15.31</b>	<b>20.50</b>	<b>24.60</b>
<b>SEGUN PROPUESTA (Ramírez, 2001)</b>						
Factor de Modificación, $R^*$	<b>3.40</b>	<b>4.30</b>	<b>5.20</b>	<b>6.10</b>	<b>7.00</b>	<b>7.89</b>
$C_s$ , máx: $2.5 A_a/R$	0.081	0.064	0.053	0.045	0.039	0.035
Factor de Ductilidad, $R_\mu$	1.36	1.72	2.08	2.44	2.80	3.16
Demanda de Ductilidad, $\mu$	<b>3.20</b>	<b>3.20</b>	<b>3.20</b>	<b>3.20</b>	<b>3.20</b>	<b>3.20</b>
Desplazamiento Elástico, $\delta_e$ (mm)	0.68	2.73	6.15	10.93	17.08	24.60
Factor de Corrección por Inelasticidad, $C_I$	1.35	1.30	1.25	1.20	1.15	1.00
Desplazamiento Inelástico, $\delta_{in}$ (mm)	<b>0.92</b>	<b>3.55</b>	<b>7.69</b>	<b>13.12</b>	<b>19.65</b>	<b>24.60</b>

**Tabla 1:** Resumen Comparativo del Análisis de Cortante, Ductilidad y Desplazamiento, REP - 94 vs. Propuesta.



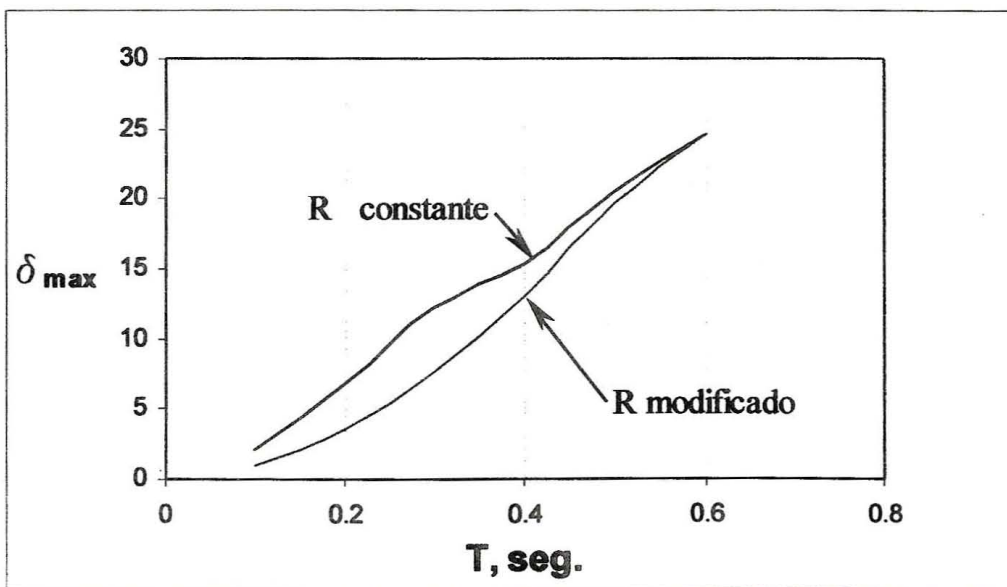
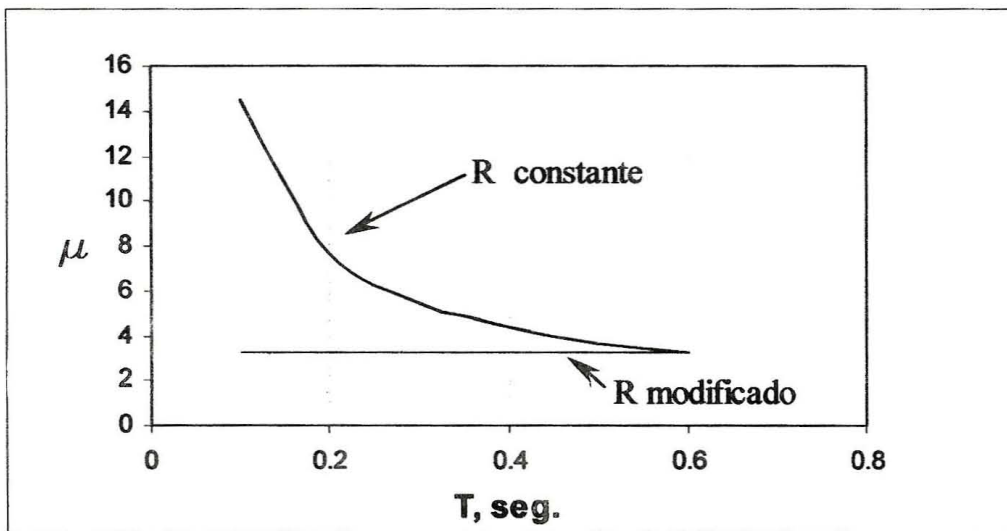
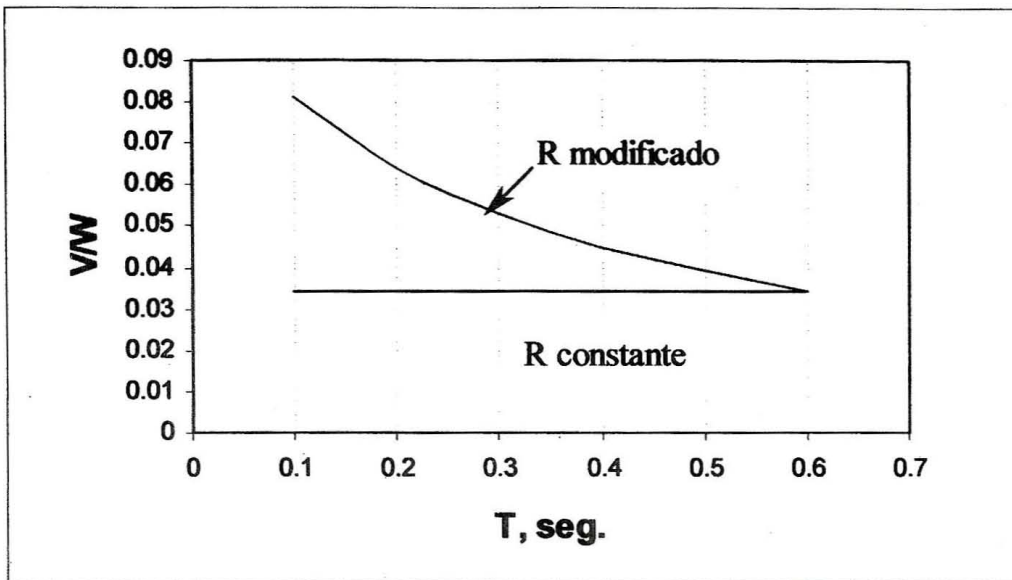


Figura 5: Curvas de  $V/W$ ,  $\mu$  y  $\delta$  utilizando R constante y R modificado.

Finalmente se presentó un ejemplo de aplicación de la expresión propuesta para el factor  $R$  en sistemas con distintos períodos de vibración cortos, y los resultados de cortante basal,  $V$ , demanda de ductilidad  $\mu$ , y desplazamiento máximo  $\delta_{max}$ , fueron comparados a aquellos obtenidos utilizando los valores de  $R$  recomendados en el Reglamento Estructural de Panamá, [8]. Las conclusiones más importantes de este trabajo son:

- La demanda de ductilidad impuesta por el sismo de diseño en edificios de período corto diseñados utilizando el factor  $R$  recomendado en el REP-94 no puede ser atendida por el sistema estructural.
- La expresión del factor  $R$  propuesta en este estudio garantiza que la demanda de ductilidad en estructuras de período corto no sobrepase la reserva de ductilidad teórica implícita en los valores de  $R$  recomendados en el REP-94.
- Al utilizar la expresión del factor  $R$  propuesta en este estudio para edificios de período corto, se debe diseñar para fuerzas sísmicas mayores a las requeridas actualmente.

## 6. Referencias

- [1] Applied Technology Council (1995), "A critical Review of Current Approaches to Earthquake-Resistant Design." Report No. ATC-34, Applied Technology Council, Redwood, City, California.
- [2] Uang, C.M., y Bertero, V.V. (1986), "Evaluation of Seismic Energy in Structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19(1), 77-90
- [3] Whittaker, A.S., Uang, C.M., y Bertero, V.V. (1987), "Earthquake Simulation Tests and Associated Studies of a 0.3-Scale Model of a Six-Story Eccentrically Braced Steel Structure." *Earthquake Engineering Research Center, Report No. UCB/EERC-87/02*, University of California, Berkeley, California.
- [4] Ramírez, O.M., Constantinou, M.C., Kircher, C.A., Whittaker, A.S., Johnson, W., y Gómez, J.D. (2000), "Development and Evaluation of Simplified Procedures for Analysis and Design of Buildings with Passive Energy Dissipation Systems". *Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, Technical Report MCEER-00-0010*, University at Buffalo, Buffalo, New York.
- [5] NEHRP – National Earthquake Hazard Reduction Program (1997), "NEHRP Recommended Provisions for Seismic Regulations for New buildings and Other Structures", *Federal Emergency Agency, Washington, D.C.*
- [6] Uang, C. Y Bertero, V.V. (1990), "Evaluation of Seismic Energy in Structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 19(1), 77-90
- [7] Riddell, R., Hidalgo, P., y Cruz, E. (1989), "Response Modification Factors for Earthquake Resistant Design of Short Period Structures" *Earthquake Spectra*, 5(3), 571-590.
- [8] REP-94, Reglamento Estructural Panameño (1994), "Reglamento Estructural Panameño", *Junta Técnica de Ingeniería y Arquitectura, Panamá Panamá.*