

DISEÑO DE UNA PIERNA ROBOTICA CON ACCIONAMIENTOS NO LINEALES

Rony Caballero
Universidad Tecnológica de Panamá

RESUMEN

En este artículo se demuestra que la utilización de accionamientos no lineales en las articulaciones de una pierna robótica, puede mejorar sustancialmente la eficiencia energética de la misma. Esta clase accionamiento pueden compensar más efectivamente las fuerzas inerciales y gravitatorias que otras realizaciones clásicas, además de contar con propiedades de auto-frenado al acercarse a las restricciones cinemáticas propias de la articulación.

INTRODUCCIÓN

Los robots bípedos son sistemas dinámicos complejos usualmente con doce o más grados de libertad. Uno de los principales problemas relacionados con el control de este tipo de sistemas, es proveer la estabilidad en apoyo monopodal, con la ayuda de accionamientos motorizados en las articulaciones. Estos accionamientos, no solamente deben brindar la energía necesaria para estabilizar el sistema frente a perturbaciones externas, si no que también deben compensar las fuerzas gravitatorias, inerciales y de fricción propias del ciclo de locomoción.

Los accionamientos motorizados más comunes en la robótica son los de razón de transmisión constante [Hiroshi et al.]. En este diseño, las fuerzas resultantes del proceso de locomoción, se compensan con ayuda de transmisiones mecánicas con una alta relación de reducción y motores de alta potencia. En muchos casos, este enfoque deriva en accionamientos pesados y de alto consumo energético, lo que obliga a sacrificar las capacidades cinemáticas del robot seleccionando motores de menor potencia y transmisiones con mayor relación de reducción.

Sin embargo, la utilización de accionamientos con relación de transmisión no lineal a demostrado mejorar el desempeño de muchos sistemas electromecánicos [Akinfiyev, Armada., 1998], [Akinfiyev et al., 1999], [Peshkin et al., 1999],

[Van De Straete, De Schutter, 1999], [Akinfiyev et al., 2000]. En este artículo, se analiza la factibilidad de utilizar un accionamiento no lineal, formado por un motor y una transmisión cinemática no lineal cuya relación de reducción varía en función de la posición angular del accionamiento. Adicionalmente, se evalúa el desempeño de este accionamiento en comparación con un motor con relación de transmisión constante.

EL MODELO DEL PÉNDULO INVERTIDO

Algunos investigadores [McMahon, 1984][Furushu, Masubushi, 1987][Alexander, 1994] sugieren que el cuerpo humano durante la locomoción se comporta como un péndulo invertido. Esto se debe principalmente a que durante el apoyo monopodal el muslo y la pantorrilla son casi colineales en la pierna de soporte, y a que el centro de masa del cuerpo pasa aproximadamente por el centro de la cadera. Esta aproximación tiene las siguientes implicaciones de carácter práctico:

- El tobillo de la pierna de apoyo tiene que soportar el mayor par de carga efectivo de todas las articulaciones del cuerpo.
- Esta aproximación sugiere que debe existir cierta relación entre los ángulos de giro del tobillo y de la cadera respecto al par de carga presente en

dichas articulaciones en la etapa de apoyo monopodal.

- Si el peso de una pierna no es muy significativo en comparación con el resto del cuerpo, los pares ejercidos por las articulaciones de la pierna en fase de transferencia serán despreciables en comparación con los ejercidos por las mismas articulaciones en la fase de apoyo.
- Las velocidades de los ángulos de giro de las articulaciones en una misma pierna parecen ser mayores en la fase de transferencia que en la fase de apoyo.
- Los magnitudes máximas de par y velocidad angular no se dan simultáneamente. El par alcanza sus

valores máximos cerca de los límites del ángulo de giro de la articulación, mientras que la velocidad angular lo hace cerca del centro de la trayectoria del ángulo de giro de la misma.

CONSIDERACIONES PARA EL DISEÑO DE ACCIONAMIENTOS PARA ROBOTS

Este trabajo se limitará al diseño de accionamientos formados por motores y transmisiones mecánicas. Si se consideran los accionamientos como fuentes de par ideal, las ecuaciones de velocidad, par, potencia y energía pueden escribirse de forma generalizada como:

$$\dot{q} = \frac{\omega(t)}{r} \quad \text{para } |\omega(t)| \leq \omega_{\max} \quad (1)$$

$$T_L = r\tau(t) \quad \text{para } |\tau(t)| \leq \tau_{\max} \quad (2)$$

$$P = \tau(t)\omega(t) + k_d\tau(t)^2 \quad (3)$$

$$E = \int_0^{t_0} P(t) dt = \int_0^{t_0} [\tau(t)\omega(t) + k_d\tau(t)^2] dt \quad (4)$$

donde r es la ventaja mecánica de una transmisión ideal (sin pérdidas), $\omega(t)$ es la velocidad angular en el eje del motor, ω_{\max} es la velocidad máxima soportada por la transmisión, $\tau(t)$ es el par de carga en el eje del motor, τ_{\max} es el par de carga máximo que puede suministrar el motor, P es la potencia eléctrica consumida por el motor, k_d es un a constante que relaciona $\tau(t)^2$ con las pérdidas por disipación de calor en el motor, y E es la energía consumida por el motor (considerando que el motor puede regenerar energía) durante el movimiento en el intervalo $[0, t_0]$.

DISEÑO CLASICO

En este enfoque se utilizan motores con transmisiones mecánica con relación de transmisión constante siguiendo los siguientes pasos:

1) Selección de la transmisión: La transmisión mecánica debe poder soportar el par de carga T_L y la velocidad ω_{\max} . La razón de transmisión debe calcularse como:

$$r = \frac{\omega_{\max}}{|\dot{q}|_{\max}} \quad (5)$$

donde $|\dot{q}|_{\max}$ es la velocidad máxima de salida de la articulación.

2) Selección del motor: Una vez seleccionada la transmisión se selecciona un motor que sea capaz de soportar un par límite τ_{lim} . Este par límite $\tau_{\text{lim},p}$ para un motor puede expresarse de acuerdo a una norma específica p de forma que la desigualdad siguiente se cumpla para todos los movimientos [Van De Straete, De Schutter, 1999]:

$$\tau_{\text{lim},p} \geq \|\tau(t)\|_p = \left\| \frac{T_L(t)}{\eta r} \right\|_p = \left(\frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{T_L(t)}{\eta r} \right|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} \quad (6)$$

donde η es la eficiencia de la transmisión y $\tau(t)$ representa el par producido por la corriente eléctrica del motor; si $p=2$, entonces $\|\tau(t)\|_2$ representa el par rms límite del motor y si $p=\infty$ entonces $\|\tau(t)\|_\infty$ representa el par de pico límite del motor. En el caso particular de máquinas caminantes, dado que es un proceso de naturaleza intermitente, normalmente se diseña utilizando la norma 2 primeramente y luego se verifica que no se viole el par de pico límite del motor.

El principal problema con esta técnica de diseño, es que no se puede aprovechar el hecho que durante el ciclo de locomoción el par y la velocidad no alcanzan sus máximos simultáneamente. Lo que normalmente deriva en accionamientos sobredimensionados de alto consumo energético o en accionamientos lentos con una alta relación de reducción.

HIPÓTESIS

En base a lo expresado anteriormente se propone, la siguiente hipótesis:

- Utilizar un accionamiento con una relación de transmisión variable mejorará el consumo energético sin sacrificar las capacidades cinemáticas de la articulación. Esta transmisión es función del ángulo de giro y define

una ventaja mecánica que alcanza sus valores máximos en los límites del ángulo de giro de la articulación y alcanza su valor mínimo en el centro de la trayectoria del ángulo de giro de la misma.

DISEÑO DE UN ACCIONAMIENTO CON RELACION DE TRANSMISIÓN NO LINEAL

Para diseñar este tipo de accionamiento, es necesario encontrar una función de transmisión que minimice el consumo energético. Esto puede lograrse si se minimiza la potencia disipada por el motor a lo largo del ciclo de locomoción:

$$P_d = Ri^2 = \frac{R}{k_t^2} \left(\frac{T_L}{\eta r} \right)^2 = \frac{R}{k_t^2 \eta^2} A_v^2 T_L^2 \quad (7)$$

para la restricción cinemática,

$$A_v \geq \frac{|\dot{q}|}{\omega_{\max}} \quad (8)$$

donde A_v es la inversa de la ventaja mecánica de la R es la resistencia del devanado del motor y k_t es la constante de par del motor.

Si se considera que la eficiencia de la transmisión η es independiente de la relación de transmisión, (7) minimiza la potencia disipada por el motor en la medida que, $A_v \rightarrow 0$, o que la ventaja mecánica $r \rightarrow \infty$. Por lo tanto, la función de A_v que minimiza la potencia consumida queda definida por:

$$A_v(t) = \frac{|\dot{q}(t)|}{\omega_{\max}} \quad (9)$$

Si la relación de transmisión fuese constante:

$$r = \frac{1}{A_v(q,t)_{\max}} = \frac{\omega_{\max}}{|\dot{q}|_{\max}} \quad (10)$$

lo que coincide con (5). La relación (9) sugiere la utilización de una relación de transmisión función del tiempo. No obstante, es importante destacar que el diseño mecatrónico de dicho accionamiento puede resultar muy complejo. Así, se propone la utilización de una relación de transmisión, que fuese únicamente función de la posición del ángulo de giro de la articulación. Esto lleva a una solución subóptima,

$$A_{v,so}(q) = \frac{|\dot{q}_{so}(q)|}{\omega_{\max}} \quad (11)$$

donde q es la posición del ángulo de giro de la articulación y $\dot{q}_{so}(q)$ es una función que cumple con la restricción,

$$|\dot{q}(t)| \leq |\dot{q}_{so}(q)| \leq |\dot{q}(t)|_{\max} \quad (12)$$

que permite aprovechar mejor el hecho que durante el ciclo de locomoción el par y la velocidad no alcanzan sus máximos simultáneamente. Existen, múltiples funciones $\dot{q}_{so}(q)$ que pueden sintetizarse mediante engranajes circulares, elípticos, bandas y mecanismos de barras, sin embargo, el análisis se limitará a transmisiones de accionamientos SMART (Special Mechatronic Actuator for Robots joints) los que pueden aproximarse por la siguiente función:

$$A_v(x) \approx k \sqrt{1 - \frac{x^2}{x_0^2}} \quad (13)$$

para,

$$x_0 = \frac{q_{\max} - q_{\min}}{2} + \alpha$$

$$x = q - \frac{q_{\max} + q_{\min}}{2}$$

que describe un perfil de velocidad sinusoidal en la articulación, al aplicar un perfil de velocidad constante en el eje del motor. Bajo este enfoque el accionamiento se diseña siguiendo los siguientes pasos:

1) Selección de la transmisión: Los parámetros α y k de la transmisión mecánica se diseñan para minimizar el par máximo reflejado sobre el motor:

$$\tau_{\max} = \left| \frac{k}{\eta} \sqrt{1 - \frac{x^2}{x_0^2}} T_L \right|_{\max} \quad (14)$$

considerando la siguiente restricción cinemática:

$$\left(\frac{\dot{x}}{k} \right)^2 + \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 \leq 1 \quad (15)$$

para,

$$x_0 = \frac{q_{\max} - q_{\min}}{2} + \alpha$$

$$x = q - \frac{q_{\max} + q_{\min}}{2}$$

$$\dot{x} = \dot{q}$$

2) Selección del motor: Una vez seleccionado los parámetros de la transmisión se selecciona un motor que sea capaz de soportar los pares límite

$$\|\tau\|_{\lim_2} \text{ y } \|\tau\|_{\lim_\infty} : \quad (16)$$

$$\tau_{\lim_2} \geq \|\tau(t)\|_2 = \left(\frac{1}{T} \int_0^T \left| A_v(q(t)) \frac{T_L(t)}{\eta} \right|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\tau_{\text{lim}_\infty} \geq \|\tau(t)\|_\infty = \left| A_v(q(t)) \frac{T_L(t)}{\eta} \right|_{\text{max}} \quad (17)$$

COMPARACIÓN ENTRE AMBOS DISEÑOS

Ahora se hace necesario comparar la efectividad de los accionamientos no lineales (en este caso del tipo SMART) con los sistemas de actuación clásicos en el proceso de locomoción en condiciones

ideales (transmisiones sin pérdidas). Como se mencionó anteriormente, las leyes de movimiento de las articulaciones son de naturaleza oscilatoria y el cuerpo humano puede aproximarse a un péndulo invertido durante la marcha. Por lo tanto, como patrón prueba se elige un péndulo invertido excitado mediante una señal armónica que cumpla $\theta = \theta_0 \cos(\omega t)$, que no es más que el primer componente armónico de la trayectoria de movimiento del tobillo.

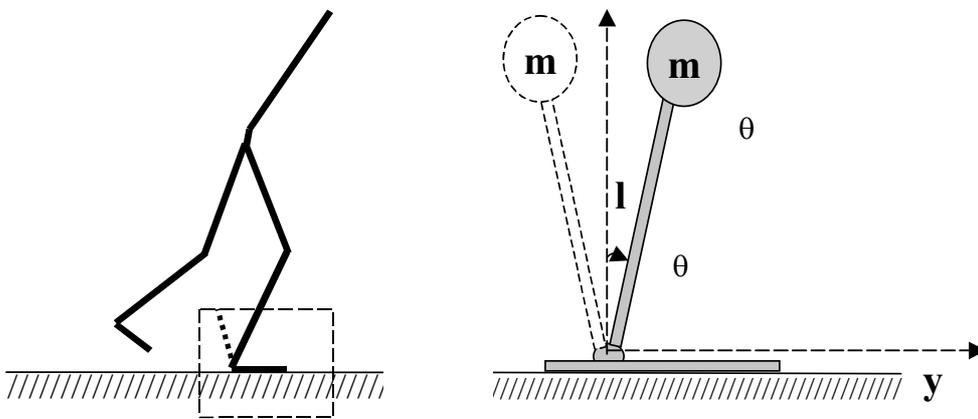


Figura 1. Modelo del péndulo invertido.

Como la trayectoria del movimiento es

$\theta = \theta_0 \cos(\omega t)$ entonces:

$$\dot{\theta} = -\theta_0 \omega \sin(\omega t)$$

$$\dot{\theta}^2 = \theta_0^2 \omega^2 - \omega^2 \theta^2$$

$$\ddot{\theta} = -\omega^2 \theta$$

Además, el par de carga sobre la articulación del péndulo está dado por:

$$T_L = mgl \sin(\theta) + ml^2 \ddot{\theta}$$

Si θ es lo suficientemente pequeño, (21) puede aproximarse por:

$$T_L \approx [mgl - \omega^2 ml^2] \theta \quad (22)$$

Diseño Clásico: (19)

1) Selección de la transmisión: Aplicando (5), la razón de transmisión debe calcularse como:

$$r = \frac{\omega_{\text{max}}}{\theta_0 \omega} \quad (21)$$

2) Selección del motor: Una vez seleccionada la transmisión se selecciona

un motor que sea capaz de soportar los pares límite $\|\tau\|_{\lim_2}$ y $\|\tau\|_{\lim_\infty}$:

$$\tau_{\lim_2} \geq \|\tau(t)\|_2 = \left(\frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{\theta_0 w}{\omega_{\max}} T_L(t) \right|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\|\tau_{\text{cla}}\|_2 = \left(\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{\theta_0^2 w^2}{\omega_m^2} \right] [mgl - w^2 ml^2]^2 \theta^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\|\tau_{\text{cla}}\|_2 = \frac{|\theta_0 w|}{\omega_m} [mgl - w^2 ml^2] \left(\frac{w}{2\pi} \int_0^{2\pi} \theta^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\|\tau_{\text{cla}}\|_2 = \frac{|\theta_0^2 w|}{\sqrt{2}\omega_m} [mgl - w^2 ml^2]$$

$$\tau_{\lim_\infty} \geq \|\tau(t)\|_\infty = \left| \frac{\theta_0 w}{\omega_{\max}} T_L(t) \right|_{\max}$$

$$\|\tau_{\text{cla}}\|_\infty = \frac{|\theta_0^2 w|}{\omega_m} [mgl - w^2 ml^2]$$

Diseño SMART:

1) Selección de la transmisión: Aplicando (14) y (15), los parámetros quedan como:

2) Selección del motor: Una vez seleccionada la transmisión se selecciona un motor que sea capaz de soportar los pares límite $\|\tau\|_{\lim_2}$ y $\|\tau\|_{\lim_\infty}$:

$$x_0 = \theta_0$$

$$k = \frac{\theta_0 w}{\omega_{\max}}$$

$$\tau_{\lim_2} \geq \|\tau(t)\|_2 = \left(\frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{\theta_0 w}{\omega_{\max}} \left(1 - \frac{\theta^2}{\theta_0^2} \right)^{\frac{1}{2}} T_L(t) \right|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\|\tau_{\text{SMART}}\|_2 = \left(\frac{w}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{\theta_0^2 w^2}{\omega_m^2} \right] [mgl - w^2 ml^2]^2 \left(1 - \frac{\theta^2}{\theta_0^2} \right) \theta^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\|\tau_{\text{SMART}}\|_2 = \frac{|\theta_0 w|}{\omega_m} [mgl - w^2 ml^2] \left(\frac{w}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(1 - \frac{\theta^2}{\theta_0^2} \right) \theta^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\|\tau_{\text{SMART}}\|_2 = \frac{|\theta_0^2 w|}{2\sqrt{2}\omega_m} [mgl - w^2 ml^2]$$

$$\|\tau_{\text{SMART}}\|_\infty = \frac{|\theta_0^2 \omega|}{2\omega_m} [mgl - \omega^2 ml^2]$$

$$\tau_{\text{lim}_\infty} \geq \|\tau(t)\|_\infty = \left| \frac{\theta_0 w}{\omega_{\text{max}}} T_L(t) \right|_{\text{max}}$$

Puede comprobarse que el par límite al que se ve sometido el motor, si utiliza una transmisión SMART es la mitad del par límite correspondiente a utilizar una transmisión clásica con razón de reducción constante, tanto para la norma 2 como para la norma ∞ . Esto se debe a que la transmisión SMART puede aprovechar el hecho de que durante el ciclo de locomoción los pares máximos y las velocidades máximas ocurren a posiciones de θ distintas, mientras que en la transmisión mecánica clásica esto no puede suceder.

Si se considera el consumo energético se puede demostrar que la potencia promedio perdida por efecto Joule está dada por:

$$\overline{P_{\text{per}}} = k \|\tau\|_2^2 \quad (23)$$

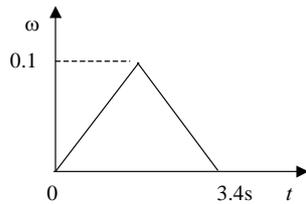


Figura 2. Perfil de velocidad triangular.

Ahora se procede a simular esto para un péndulo invertido con los siguientes parámetros: $m=1$, $l=1$, $g=-9.8$, $\theta_0=0.17$, $\omega_m=100$. El plano de fase del perfil triangular de velocidad a la salida y

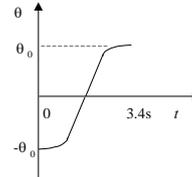
De manera que si se comparan las pérdidas promedio en ambos casos se tiene:

$$\frac{\overline{P_{\text{per_SMART}}}}{\overline{P_{\text{per_clas}}}} = \frac{k \|\tau_{\text{SMART}}\|_2^2}{k \|\tau_{\text{clas}}\|_2^2} = \frac{1}{4} \quad (24)$$

Esto significa que las pérdidas por efecto Joule en los accionamientos SMART pueden llegar a ser de hasta un 75% menos que las presentes en una transmisión mecánica con relación de transmisión constante. Este resultado comprueba la hipótesis inicial.

OTRAS COMPARACIONES

Es necesario contrastar los resultados con otro tipo de perfil. En este caso se comparan los resultados para un péndulo invertido, con el perfil de velocidad triangular, que es uno de los más utilizados en la generación de trayectorias.



entrada de las transmisiones puede verse en la figura 3, para el caso de una transmisión SMART y una transmisión clásica.

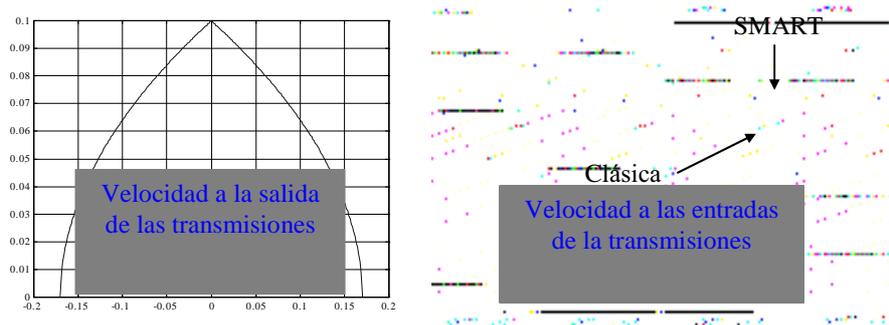


Figura 3. Perfil triangular de velocidad en el plano de fase a la entrada y salida de las transmisiones SMART y clásicas.

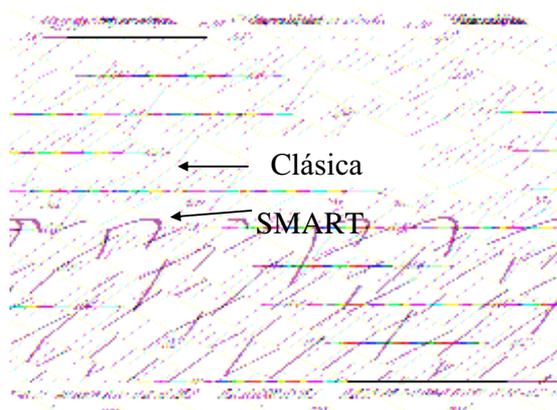


Figura 4. Par reflejado en el motor para transmisiones SMART y clásicas.

Como puede apreciarse el motor con transmisión SMART tiene la posibilidad de moverse a mayor velocidad que el motor con transmisión clásica. En la figura 4 es posible comparar resultados sobre los pares a la entrada de las transmisiones, es decir, sobre el eje del motor, y se puede apreciar que el par máximo de carga que debe soportar el motor es de casi un 50% menos para la transmisión SMART.

SIMULACIÓN DE LA TRANSMISIÓN MECÁNICA DE SMART UTILIZANDO ADAMS®

Las simulaciones anteriores han sido realizadas considerando que las

transmisiones no tienen pérdidas, además de utilizar un modelo aproximado (13) para SMART. Así que resulta muy apropiado hacer una simulación que utilice un modelo más exacto considerando efectos de fricción y pérdidas, y para tal fin se hace uso del software de simulación para sistemas dinámicos ADAMS®. Para la simulación con ADAMS® se considera otra vez un péndulo invertido con ciertos parámetros de carga, los efectos de fricción, y un mecanismo de barras que aproxime la transmisión SMART.

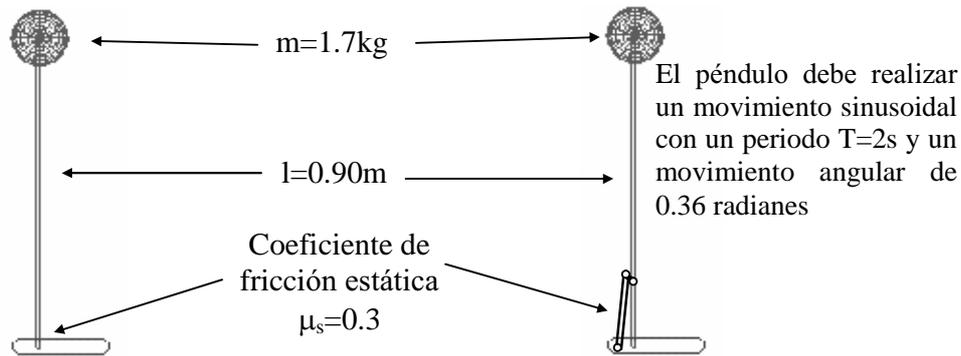


Figura 5. Parámetros de simulación en ADAMS® para dos péndulos excitados por una transmisión clásica y una transmisión SMART.

Los resultados de esta simulación en ADAMS® se presentan en la figura 6. En esta simulación se distinguen claramente las diferencias que existen a las entradas de ambas transmisiones. Los resultados correspondientes a la transmisión clásica son muy parecidos a los simulados anteriormente, con la diferencia de que ahora el par mínimo no es igual a cero por el efecto de la fricción estática. Pero los resultados correspondientes a la transmisión SMART también son bastante parecidos a los esperados. Se esperaba que la transmisión SMART necesitara un perfil de velocidad constante para generar

una onda sinusoidal, lo que se traduce en un rectángulo en el plano de fase, pero la realidad muestra que para el mecanismo propuesto se genera un cuadrilátero ligeramente asimétrico con las esquinas suavizadas. No obstante, esta aproximación demuestra ser muy buena, pues las ventajas de esta transmisión sobre la transmisión clásica son evidentes. Los pares reflejados a la entrada de la transmisión son mucho menores y el par máximo reflejado para la transmisión SMART es al menos un 40% menor que en el caso clásico.

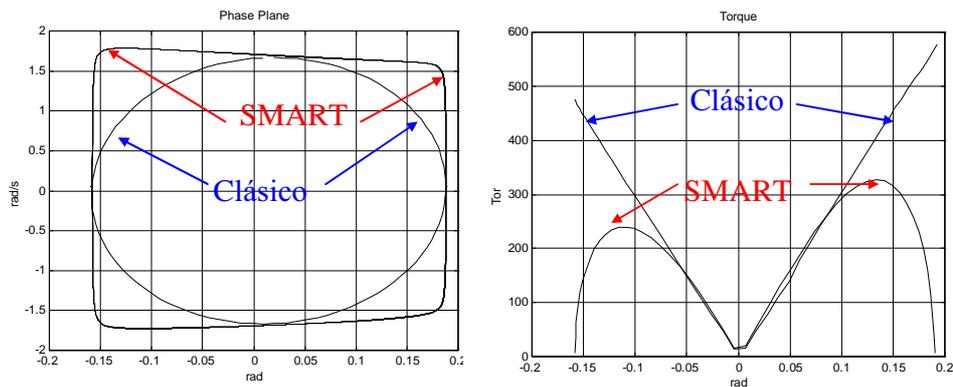


Figura 6. Resultados de la simulación en ADAMS® para las velocidades y los pares a la entrada de una transmisión clásica y una transmisión SMART.

CONCLUSIONES

Los accionamientos con relación de transmisión no lineal son una alternativa a considerar en el diseño de piernas robóticas. Además, cabe destacar que la no linealidad inherente a estos accionamientos no constituye un problema demasiado importante en el diseño del sistema de control, ya que este problema se resuelve satisfactoriamente con ayuda de sensores de posición tanto en el eje del motor como a la salida de la articulación. Así, a pesar de la aparente complejidad del diseño mecatrónico, los resultados experimentales demuestran que estos accionamientos llevan a diseños eficientes y robustos.

REFERENCIAS

- [1] **[Akinfiev, Armada., 1998]** T. Akinfiev, M. Armada. Resonance and quasi-resonance drive for start-stop regime. Proceedings of the 6th International Conference MECHATRONICS'98. Skovde, Sweden. Pergamon, pp. 91-96, 1998
- [2] **[Akinfiev et al., 1999]** T. Akinfiev, M. Armada, Caballero. Prototype of universal control for quasi-resonance drive. Proceedings of the Second International Conference on Climbing and Walking Robots. Porstmouth UK, Professional Engineering Publishing, ISBN 1 86058 207 9 , pp. 103-109, 1999-
- [3] **[Akinfiev et al., 2000]** T. Akinfiev, M. Armada, R. Caballero. Actuador para las piernas de un robot caminante. Spanish Patent Application P200002423
- [4] **[Alexander, 1994]** R. M. Alexander. *How Animals Move*. Tree Ferns © Paul Franklin/Oxford Scientific films. Maris Multimedia 1994.
- [5] **[Furushu, Masubushi, 1987]** J. Furushu, M. Masubushi. *A Theoretically Motivated Reduced Order Model for the Control of Dynamic Biped Locomotion*. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. June 1987 Vol. 109. pp. 155-163.
- [6] **[Hiroshi et al.]** G. Hiroshi, K. Tomharu, H. Masato, N. Masao. Articulated structure for legged walking robot. Patent Number EP0433096
- [7] **[McMahon, 1984]** T. McMahon. *Muscles, Reflexes, and Locomotion*. Princeton University Press.1984
- [8] **[Peshkin et al., 1999]** C. Moore, M. Peshkin, J. Colgate. Design of a 3R Cobot Using Continuously Variable Transmissions. International Conference of Robotic and Automation 1999. Detroit 1999 pp. 3249-3254
- [9] **[Van De Straete, De Schutter, 1999]** Van De Straete H., Schutter J. Optimal time varying transmission for servo motor drives. Proceedings on the Tenth World Congress on Theory of Machines and Mechanisms. IFToMM, Oulu University Press, ISBN 951-42-5287-X, Vol 5, 1999, pp. 2055-2062