

# Uso de herramientas de optimización en el manejo de unidades de acondicionamiento de aire para la reducción del consumo eléctrico

## Use of optimization tools in the management of air conditioning units to reduce electricity consumption

Edwin Collado <sup>1,2</sup>, Martín Poveda <sup>1</sup>, Johny González <sup>1</sup>, Gisselle Porcell <sup>1</sup>, Yessica Sáez <sup>1,2,\*</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Ingeniería Eléctrica, Universidad Tecnológica de Panamá, Panamá

<sup>2</sup> Centro de Estudios Multidisciplinarios en Ciencias, Ingeniería y Tecnología AIP, Panamá

\*Autor de correspondencia: [yessica.saez@utp.ac.pa](mailto:yessica.saez@utp.ac.pa)

**RESUMEN**– La optimización aplicada dentro de la industria permite mejorar el uso de servicios como agua, electricidad, gas y calefacción, logrando así una mejor producción y una reducción de los costos. Con esto, se logra una red autónoma, dinámica, adaptativa e interconectada, lo que facilita nuevos escenarios de uso y beneficios. Hoy en día, gran parte de las empresas cuentan con unidades de acondicionadores de aire que se utilizan para mantener una temperatura adecuada para los colaboradores y equipos, buscando que estos puedan desempeñarse exitosamente. Sin embargo, el uso descontrolado de estos dispositivos conlleva un alto consumo eléctrico, que muchas veces resulta en gran parte de los gastos mensuales de estas empresas. El objetivo de este trabajo es proponer un sistema basado en tecnologías de información y comunicación (TICs) para controlar adecuadamente el tiempo de operación de las unidades de acondicionador de aire para reducir el consumo eléctrico total en las empresas que cuenten con equipos que requieren de condiciones ambientales especiales, por ejemplo, equipos de telecomunicaciones y almacenamiento de datos. Este problema es formulado como un problema de optimización convexo, cuya solución óptima se obtiene utilizando el método de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Con base en esta solución óptima, se propone un algoritmo, el cual fue validado mediante el software de diseño y simulación MATLAB. Los resultados obtenidos demuestran que la técnica de optimización propuesta ayuda a mejorar el desempeño de las unidades de acondicionadores de aire, logrando un mejor consumo eléctrico, una mayor eficiencia y vida útil de los equipos, mientras se da una reducción en el costo de producción.

**Palabras clave**– *Acondicionadores de aire, consumo de energía, método KKT, optimización, tecnología de la información y comunicación TIC.*

**ABSTRACT**– The optimization applied in the industry allows to improve the use of services such as water, electricity, gas, and heating, thus achieving a better production and a reduction of costs. With this, an autonomous, dynamic, adaptive, and interconnected network is achieved, which facilitates new scenarios of use and benefits. Today, a large part of companies has air conditioning units to maintain a suitable temperature for employees and equipment, seeking a good performance. However, the uncontrolled use of these devices leads to high electricity consumption, which often results in a large portion of the monthly expenses of these companies. The objective of this work is to propose a system based on information and communication technologies (ICTs) to adequately control the operation time of air conditioning units to reduce total electricity consumption in companies that have equipment that requires special environmental conditions, for example, telecommunications and data storage equipment. This problem is formulated as a convex optimization problem, the optimal solution of which is obtained using the Karush-Kuhn-Tucker (KKT) method. Based on this optimal solution, an algorithm is proposed, which was validated using the MATLAB design and simulation software. The results show that the proposed optimization technique helps to improve the performance of the air conditioning units, by achieving better electricity consumption, greater efficiency and useful life of the equipment and a reduction in the cost of production.

**Keywords**– *Air conditioners, energy consumption, KKT method, optimization, information and communication technology ICT.*

**Citación:** Y. Saez, Uso de herramientas de optimización en el manejo de unidades de acondicionamiento de aire para la reducción del consumo eléctrico, *Revista de I+D Tecnológico*, vol. 18, no. 1, pp. (no modificar), 2022.

**Tipo de artículo:** Original. **Recibido:** 20 de octubre de 2021. **Recibido con correcciones:** 27 de febrero de 2022. **Aceptado:** 27 de febrero de 2022.

**DOI.**

**Copyright:** 2022 Y. Saez. This is an open access article under the CC BY-NC-SA 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).

## 1. Introducción

Actualmente, las Tecnologías de Información y Comunicación (TICs) se han convertido en uno de los componentes principales en el sector industrial. Aproximadamente el 90% de los procesos industriales en el mundo se apoyan de una forma u otra en las TICs, alcanzando mejoras en los modelos de negocio, en los procesos y en el valor final para el cliente [1], [2]. El uso de estas tecnologías ha llevado a lo que hoy en día se conoce como la Cuarta Revolución Industrial o Industria 4.0 [3], [4].

Panamá es uno de los países en la región Latinoamericana con mayor crecimiento en TIC en los últimos años, llegando a ser considerado un Hub Digital de la región [5], [6]. Esto ha permitido la incorporación de procesos que utilizan TIC en las operaciones cotidianas de distintos sectores económicos como las empresas privadas, gubernamentales, centros educativos, hospitales, bancos, transporte, entre otros. Sin embargo, estos procesos tecnológicos requieren el uso de equipos que necesitan condiciones ambientales especiales para su correcto funcionamiento en todo momento, ya que normalmente estos equipos electrónicos son colocados en recintos cerrados, en los cuales se genera calor por defecto. Por ello, para garantizar que estos trabajen a una temperatura promedio deseada, se considera el uso permanente de acondicionadores de aire. En Panamá y en muchos otros países, en estos espacios de Tecnologías de la Información (TI) se ubican numerosas unidades de acondicionadores de aire para mantener la temperatura y humedad en niveles deseados en todo momento para garantizar el servicio de comunicaciones y evitar grandes pérdidas económicas, tanto para las entidades como para sus usuarios [7], [8].

Con base en lo anterior, es fundamental diseñar adecuadamente el sistema de manejo de acondicionadores de aire en estos espacios, no solo para garantizar las condiciones ambientales adecuadas de operación, sino también para mejorar el consumo eléctrico [9], [10]. Un inadecuado diseño de este sistema es uno de los factores principales de la interrupción en la operación en salas de cómputo, después del factor eléctrico. El diseño de estos sistemas de manejo de acondicionadores de aire no es una tarea sencilla, puesto que estos equipos tienen un alto grado de exigencia en términos de control ambiental y consumo eléctrico. Es por ello que el uso de herramientas de optimización en el

manejo de sistemas de control ambiental se ha convertido en uno de los temas más importantes en los últimos años en el campo de diseño e ingeniería. En el tema de acondicionamiento ambiental, se busca aplicar herramientas de optimización en los procesos y/o tareas del sistema para reducir el consumo eléctrico de este, mientras se garantiza una temperatura adecuada.

Existen numerosos estudios realizados en el área de la investigación relacionados con el uso de optimización en el consumo eléctrico de recintos con unidades de acondicionadores de aire. En el trabajo presentado en [11], los autores proponen un algoritmo basado en optimización para reducir el costo de energía total en sistemas de acondicionamiento de aire y el costo de incomodidad térmica de los ocupantes, siempre tomando en cuenta las características ambientales y térmicas del recinto. Estos autores, también presentan un estudio parecido en edificios de centros educativos [12], donde se estudia un problema de optimización para reducir el costo de energía relacionado con los sistemas de calentamiento, ventilación y acondicionamiento de aire de los edificios. Los autores en [13] estudian un problema de optimización de programación cuadrática secuencial (SQP) basado en tensores para optimizar la temperatura en los recintos de computación, mientras se reduce el costo del consumo eléctrico. El trabajo presentado en [14] propone un sistema de enfriamiento óptimo para minimizar el consumo de energía de las unidades de acondicionamiento de aire de las salas de computadoras en los centros de datos. En [15] se proponen un esquema de optimización multiobjetivo para ahorrar energía en un sistema de aire acondicionado de un centro de datos. Para este problema consideraron dos funciones objetivas: el consumo de energía del sistema y la estabilización de la temperatura del aire. Los autores de [16] proponen el diseño de un sistema de adecuación ambiental optimizado para reducir el consumo energético en centro comerciales. Específicamente, este trabajo busca mejorar la eficiencia de operación de las unidades para garantizar el confort de los clientes que hacen uso dentro del establecimiento y reducir el consumo de energía eléctrica.

El objetivo del trabajo presentado en este manuscrito es proponer un sistema de manejo de unidades de acondicionamiento de aire que utiliza técnicas de optimización para regular el consumo eléctrico en salas IT, garantizando en todo momento una temperatura

adecuada para el correcto funcionamiento de los equipos. Este problema está formulado como un problema convexo de programación lineal, el cual fue resuelto utilizando el método Karush-Kuhn-Tucker (KKT) [17], [18]. Los resultados muestran una reducción considerable en el consumo eléctrico, lo cual comprueba el buen funcionamiento del sistema propuesto. Además, se observa que el sistema propuesto obtiene la solución óptima del problema de manera rápida y eficaz. La mayoría de los trabajos citados sobre mejoramiento del consumo eléctrico en sistemas de adecuación ambiental buscan optimizar el diseño de estos sistemas o el nivel de variables como la temperatura o la humedad relativa en los recintos. A diferencia de estos, el sistema de manejo de unidades de acondicionamiento de aire propuesto implementa técnicas de optimización para administrar adecuadamente el tiempo de operación de las unidades de acondicionamiento de aire, manteniendo los requerimientos ambientales adecuados.

El resto de este artículo está organizado de la siguiente manera. La Sección 2 describe el problema de optimización y su formulación matemática. La Sección 3 presenta el análisis matemático para obtener la solución óptima del problema propuesto. La Sección 4 ilustra los resultados obtenidos en nuestras simulaciones. Finalmente, la Sección 5 presenta las conclusiones del trabajo y futuras líneas de investigación.

## 2. Problema de optimización de manejo de acondicionadores de aire

Este trabajo de investigación propone un sistema de manejo de unidades de acondicionadores de aire en centros IT para reducir el costo del consumo eléctrico, mientras se satisfacen las condicionales ambientales deseadas para la correcta operación de los equipos. Específicamente, se busca optimizar el tiempo de trabajo de las unidades de acondicionadores de aire para lograr un consumo eléctrico mínimo y una temperatura de trabajo ideal. Se asume que estas unidades son utilizadas en espacios IT donde se exige un tiempo de operación de equipos de 24 horas. A continuación, se muestra el modelo conceptual del sistema.

### 2.1. Modelo conceptual del sistema

Las unidades de acondicionadores de aire cuentan con un sistema de control embebido el cual controla la temperatura y humedad relativa, por ende, en este

problema no buscamos optimizar esto, más bien, se busca optimizar el consumo eléctrico de las unidades al controlar el tiempo de operación de cada unidad. La Figura 1 muestra el sistema de manejo de unidades de acondicionamiento de aire propuesto en este trabajo. El sistema cuenta con  $N$  unidades de acondicionadores de aire, las cuales se utilizan para ajustar la temperatura dentro del recinto con los equipos IT. Cada unidad tiene un compresor y un deshumidificador que trabajan un tiempo específico durante el día. Cada una de estas componentes tiene un consumo de potencia que afecta el costo de consumo eléctrico total.

Con este sistema se busca estudiar lo siguiente: ¿Cuántos días al mes debe trabajar cada unidad de acondicionadores de aire para reducir consumo eléctrico y satisfacer las necesidades ambientales del centro IT?

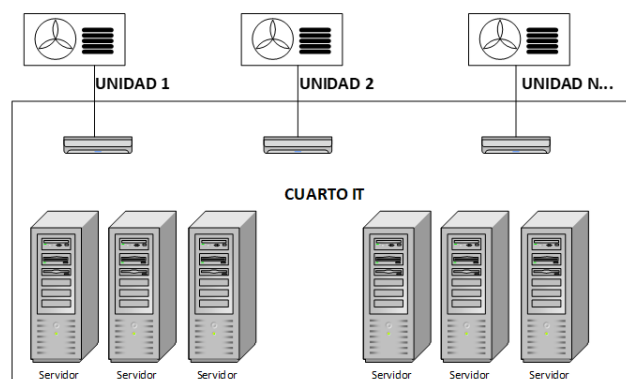


Figura 1. Modelo conceptual del sistema de manejo de acondicionadores de aire.

### 2.2. Formulación del problema de optimización

Para facilitar el análisis matemático, en la formulación del problema se considera un escenario con un centro de datos, utilizado para brindar servicio y soporte a empresas. Para este caso se busca minimizar el consumo eléctrico de las tres unidades de acondicionadores de aire A, B y C con las que cuenta el centro IT, las cuales se usan para adecuar el ambiente de los equipos. Como fue mencionado anteriormente, cada unidad tiene un compresor y un deshumidificador que trabajan al día 21.5 y 3.5 horas, respectivamente, para la unidad A, 22 y 2.8 horas, respectivamente, para la unidad B y 21.8 y 3 horas, respectivamente, para la unidad C. En todas las unidades, la potencia absorbida por el compresor es de 10 kW, mientras que para la resistencia del deshumidificador es de 1 kW. Las unidades trabajan una a la vez, entre 10 y 18 días al mes. La Tabla 1 resume las características de

las unidades de acondicionadores de aire, cuyos datos técnicos son de algunos equipos comerciales, lo cual fortalece el estudio.

**Tabla 1.** Datos de las unidades de aire

Unidades	A	B	C
Horas de uso del compresor	22	21.8	21.5
Horas de uso del deshumidificador	2.8	3	3.5
Potencia del compresor (kW)	10	10	10
Potencia del deshumidificador (kW)	1	1	1

El objetivo del sistema propuesto es minimizar el consumo energético optimizando el tiempo de operación de las unidades de acondicionamiento de aire. Sabemos que las tres unidades de acondicionadores de aire tienen un consumo eléctrico distinto, por lo tanto, el consumo eléctrico total para cada una de ellas está dado por la siguiente expresión.

$$E_x = P_{Cx} \cdot H_{Cx} + P_{Dx} \cdot H_{Dx} \quad (1)$$

De la ecuación (1), se obtiene el consumo por día de cada unidad de acondicionador de aire  $x$ , donde  $P_{Cx}$  es la potencia del compresor de la unidad  $x$ ,  $H_{Cx}$  horas de uso del compresor de la unidad  $x$ ,  $P_{Dx}$  potencia del deshumidificador de la unidad  $x$  y  $H_{Dx}$  horas de uso del deshumidificador de la unidad  $x$ . A continuación, se calcula el consumo energético diario en kWh de las tres unidades A, B y C.

$$E_A = P_{CA} \cdot H_{CA} + P_{DA} \cdot H_{DA} = 222.8 \frac{Kw \cdot h}{d}$$

$$E_B = P_{CB} \cdot H_{CB} + P_{DB} \cdot H_{DB} = 221.0 \frac{Kw \cdot h}{d}$$

$$E_C = P_{CC} \cdot H_{CC} + P_{DC} \cdot H_{DC} = 218.5 \frac{Kw \cdot h}{d}$$

La función objetivo del problema de optimización está dada por la suma de consumo eléctrico de cada unidad de acondicionador de aire.

$$f(x, y, z) = E_A \cdot x + E_B \cdot y + E_C \cdot z \quad (2)$$

donde las variables de decisión son:

$x$  = días de trabajo de la unidad A.

$y$  = días de trabajo de la unidad B.

$z$  = días de trabajo de la unidad C.

Según las consideraciones técnicas y de operación del sistema, el problema de optimización está restringido de la siguiente manera.

a) Las unidades de acondicionamiento de aire deben trabajar  $M$  días en total

$$x + y + z = M$$

b) Las unidades A, B y C deben trabajar al menos un tiempo mínimo de operación  $D_{Min}$  en días

$$x \geq D_{Min} \quad y \geq D_{Min} \quad z \geq D_{Min}$$

c) Las unidades A, B y C no deben trabajar más de un tiempo máximo de operación  $D_{Max}$  en días

$$x \leq D_{Max} \quad y \leq D_{Max} \quad z \leq D_{Max}$$

Basado en la información descrita anteriormente, el problema para optimizar el tiempo de operación de las unidades de acondicionamiento de aire para reducir el consumo energético está descrito de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar } E_A \cdot x + E_B \cdot y + E_C \cdot z \quad (3)$$

$$\{x, y, z\}$$

sujepto a

$$x + y + z = M$$

$$D_{Min} \leq x \leq D_{Max}$$

$$D_{Min} \leq y \leq D_{Max}$$

$$D_{Min} \leq z \leq D_{Max}$$

Se puede observar que el problema (3) es un problema convexo de programación lineal, lo cual permite utilizar métodos tradicionales para resolver problemas de optimización. En este caso, se considera resolver este problema de optimización por el método Karush-Kuhn-Tucker (KKT) [17], [18].

### 3. Análisis matemático del problema de optimización

Para el análisis matemático del problema se consideraron las siguientes condiciones con respecto al tiempo de operación.

$$3 \cdot D_{Min} < M < 3 \cdot D_{Max}$$

$$D_{Min} < D_{Max}$$

$$E_C < E_B < E_A$$

Inicialmente, se reescribe el problema (3) en formato estándar de optimización.

Paso 1: Formato estándar de optimización

$$\text{Minimizar } E_A \cdot x + E_B \cdot y + E_C \cdot z \quad (3)$$

$\{x, y, z\}$

Sujeto a

$$x + y + z - M = 0$$

$$x - D_{Max} \leq 0$$

$$y - D_{Max} \leq 0$$

$$z - D_{Max} \leq 0$$

$$D_{Min} - x \leq 0$$

$$D_{Min} - y \leq 0$$

$$D_{Min} - z \leq 0$$

donde podemos definir las siguientes funciones:

$$f(x, y, z) = E_A \cdot x + E_B \cdot y + E_C \cdot z$$

$$h(x, y, z) = x + y + z - M$$

$$g_1(x) = x - D_{Max}$$

$$g_2(y) = y - D_{Max}$$

$$g_3(z) = z - D_{Max}$$

$$g_4(x) = D_{Min} - x$$

$$g_5(y) = D_{Min} - y$$

$$g_6(z) = D_{Min} - z$$

Luego, se procede a definir la condición estacionaria, de factibilidad, de holgura y de viabilidad del problema.

Paso 2. Condición estacionaria

$$\frac{d(f(x, y, z))}{dx} + \lambda \frac{d(h(x, y, z))}{dx} + \mu_1 \frac{d(g_1(x))}{dx} + \mu_4 \frac{d(g_4(x))}{dx} = 0$$

$$E_A + \lambda + \mu_1 - \mu_4 = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d(f(x, y, z))}{dy} + \lambda \frac{d(h(x, y, z))}{dy} + \mu_2 \frac{d(g_2(y))}{dy} + \mu_5 \frac{d(g_5(y))}{dy} = 0$$

$$E_B + \lambda + \mu_2 - \mu_5 = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d(f(x, y, z))}{dz} + \lambda \frac{d(h(x, y, z))}{dz} + \mu_3 \frac{d(g_3(z))}{dz} + \mu_6 \frac{d(g_6(z))}{dz} = 0$$

$$E_C + \lambda + \mu_3 - \mu_6 = 0 \quad (6)$$

Paso 3. Condición de factibilidad

$$x + y + z - M = 0 \quad (7)$$

$$x - D_{Max} \leq 0 \quad (8)$$

$$y - D_{Max} \leq 0 \quad (9)$$

$$z - D_{Max} \leq 0 \quad (10)$$

$$D_{Min} - x \leq 0 \quad (11)$$

$$D_{Min} - y \leq 0 \quad (12)$$

$$D_{Min} - z \leq 0 \quad (13)$$

Paso 4. Condición de holgura

$$\mu_1(x - D_{Max}) = 0 \quad (14)$$

$$\mu_2(y - D_{Max}) = 0 \quad (15)$$

$$\mu_3(z - D_{Max}) = 0 \quad (16)$$

$$\mu_4(D_{Min} - x) = 0 \quad (17)$$

$$\mu_5(D_{Min} - y) = 0 \quad (18)$$

$$\mu_6(D_{Min} - z) = 0 \quad (19)$$

Paso 5. Condición de viabilidad

$$\mu_i \geq 0 \quad \text{para } i = 1:6 \quad (20)$$

Por último, se analizan todos los posibles casos que resultan de las condiciones creadas.

Paso 6. Análisis de los distintos casos

Para este problema se cuenta con 64 casos distintos. La Tabla 2 muestra los 64 casos de estudio y su respectiva validez en el problema, ya que algunos no son válidos debido a que estos no satisfacen las restricciones y condiciones del problema.

Analizando las ecuaciones (14) y (17), se puede observar que  $\mu_1$  y  $\mu_4$  no pueden ser mayor a cero, puesto que esto supondría que  $x = D_{Max} = D_{Min}$ , incumpliendo la condición  $D_{Max} > D_{Min}$ . De esta misma manera, se pueden descartar todos los casos que cumplan con  $\mu_2$  y  $\mu_5 > 0$  y  $\mu_3$  y  $\mu_6 > 0$ .

Al igualar las ecuaciones (4) y (5), se obtiene la siguiente expresión.

$$E_A - E_B + \mu_1 + \mu_5 - \mu_2 - \mu_4 = 0$$

Ahora, sabiendo que  $E_A > E_B$ , se puede asumir que la resta de ambas energías es una constante positiva la cual llamaremos  $k_1$  y reescribir la ecuación con esta constante y su polaridad.

$$k_1 + \mu_1 + \mu_5 - \mu_2 - \mu_4 = 0$$

De esta manera, se sabe que para que se cumpla con las condiciones de viabilidad  $\mu_2 > 0$  o  $\mu_4 > 0$ . De lo contrario, se obtiene la ecuación  $k_1 + \mu_1 + \mu_5 = 0$  que no cumple la condición de viabilidad.

De esta misma manera, podemos analizar las ecuaciones (4), (6), y (5), (6), obteniendo que los casos

en donde  $\mu_3 = 0$  y  $\mu_5 = 0$  y  $\mu_3 = 0$  y  $\mu_4 = 0$  no son válidos.

$$k_2 + \mu_2 + \mu_6 - \mu_3 - \mu_5 = 0$$

$$-k_3 + \mu_3 + \mu_4 - \mu_1 - \mu_6 = 0$$

Por último, los casos en donde  $\mu_1 > 0$ ,  $\mu_2 > 0$  y  $\mu_3 > 0$  no son válidos, ya que en las ecuaciones 7, 14, 15 y 16 se obtiene los valores de  $x$ ,  $y$  y  $z$  igual a  $D_{Max}$ , lo que incumple la condición  $3 \cdot D_{Max} > M$ . De igual manera, se puede deducir que los casos en donde  $\mu_4 > 0$ ,  $\mu_5 > 0$  y  $\mu_6 > 0$  no son válidos, puesto que pasaría lo mismo solo que con  $D_{Min}$ .

De esta manera, solo nos quedan 5 posibles casos, como se observa en la Tabla 3. En esta tabla, 0 indica que la variable  $\mu_i = 0$  y  $>$  indica que  $\mu_i > 0$ .

Tabla 2. Casos de estudio del problema

Caso	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu_5$	$\mu_6$	Válido
1	0	0	0	0	0	0	No
2	0	0	0	0	0	>	No
3	0	0	0	0	>	0	No
4	0	0	0	0	>	>	No
5	0	0	0	>	0	0	No
6	0	0	0	>	0	>	No
7	0	0	0	>	>	0	Sí
8	0	0	0	>	>	>	No
9	0	0	>	0	0	0	No
10	0	0	>	0	0	>	No
11	0	0	>	0	>	0	No
12	0	0	>	0	>	>	No
13	0	0	>	>	0	0	Sí
14	0	0	>	>	0	>	No
15	0	0	>	>	>	0	Sí
16	0	0	>	>	>	>	No
17	0	>	0	0	0	0	No
18	0	>	0	0	0	>	No
19	0	>	0	0	>	0	No
20	0	>	0	0	>	>	No
21	0	>	0	>	0	0	No
22	0	>	0	>	0	>	No
23	0	>	0	>	>	0	No
24	0	>	0	>	>	>	No
25	0	>	>	0	0	0	Sí
26	0	>	>	0	0	>	No
27	0	>	>	0	>	0	No
28	0	>	>	0	>	>	No
29	0	>	>	>	0	0	Sí
30	0	>	>	>	0	>	No
31	0	>	>	>	>	0	No
32	0	>	>	>	>	>	No
33	>	0	0	0	0	0	No
34	>	0	0	0	0	>	No

35	>	0	0	0	>	0	No
36	>	0	0	0	>	>	No
37	>	0	0	>	0	0	No
38	>	0	0	>	0	>	No
39	>	0	0	>	>	0	No
40	>	0	0	>	>	>	No
41	>	0	>	0	0	0	No
42	>	0	>	0	0	>	No
43	>	0	>	0	>	0	No
44	>	0	>	0	>	>	No
45	>	0	>	>	0	0	No
46	>	0	>	>	0	>	No
47	>	0	>	>	>	0	No
48	>	0	>	>	>	>	No
49	>	>	0	0	0	0	No
50	>	>	0	0	0	>	No
51	>	>	0	0	>	0	No
52	>	>	0	0	>	>	No
53	>	>	0	>	0	0	No
54	>	>	0	>	0	>	No
55	>	>	0	>	>	0	No
56	>	>	0	>	>	>	No
57	>	>	>	0	0	0	No
58	>	>	>	0	0	>	No
59	>	>	>	0	>	0	No
60	>	>	>	0	>	>	No
61	>	>	>	>	0	0	No
62	>	>	>	>	0	>	No
63	>	>	>	>	>	0	No
64	>	>	>	>	>	>	No

Ahora, se procede a analizar los 5 posibles casos para obtener la solución óptima de nuestro problema.

Caso 7:  $\mu_1 = \mu_2 = 0, \mu_3 = 0, \mu_4 > 0, \mu_5 > 0, \mu_6 = 0$

De la ecuación (6), se obtiene que  $\lambda = -E_C$ . Reemplazando en la ecuación (4), se obtiene que  $\mu_4 = E_A - E_C$ . Sabiendo que  $E_A > E_C$ , se puede decir que el valor de  $\mu_4$  cumple con la condición de viabilidad. De igual manera, reemplazando  $\lambda$  en la ecuación (5), se obtiene que  $\mu_5 = E_B - E_C$ . Sabiendo que  $E_B > E_C$ , se puede decir que el valor de  $\mu_5$  también cumple con la condición de viabilidad.

De las ecuaciones (7), (17) y (18), se obtienen las siguientes expresiones:

$$x^* = y^* = D_{Min}$$

$$z^* = M - x^* - y^*$$

$$z^* = M - 2 \cdot D_{Min}$$

$$f(x^*, y^*, z^*) = E_A \cdot D_{Min} + E_B \cdot D_{Min} + E_C \cdot (M - 2 \cdot D_{Min})$$

Para analizar los intervalos en donde el caso es válido, se verifican las ecuaciones (10) y (19).

$$\begin{aligned} z^* &< D_{Max} \\ M - 2 \cdot D_{Min} &< D_{Max} \\ M &< D_{Max} + 2 \cdot D_{Min} \\ D_{Min} &< z^* \\ D_{Min} &< M - 2 \cdot D_{Min} \\ 3 \cdot D_{Min} &< M \end{aligned}$$

Se obtiene el siguiente intervalo donde la solución es válida.

$$3 \cdot D_{Min} < M < D_{Max} + 2 \cdot D_{Min}$$

Caso 13:  $\mu_1 = \mu_2 = 0, \mu_3 > 0, \mu_4 > 0, \mu_5 = 0, \mu_6 = 0$

De la ecuación (5), se obtiene que  $\lambda = -E_B$ . Reemplazando en la ecuación (4), se obtiene que  $\mu_4 = E_A - E_B$ . Sabiendo que  $E_A > E_B$ , se puede decir que el valor de  $\mu_4$  cumple con la condición de viabilidad. De igual manera, reemplazando  $\lambda$  en la ecuación (6), se obtiene que  $\mu_3 = E_B - E_C$ . Sabiendo que  $E_B > E_C$ , se puede decir que el valor de  $\mu_3$  también cumple con la condición de viabilidad.

De las ecuaciones (7), (16) y (17), se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} x^* &= D_{Min} \\ z^* &= D_{Max} \\ y^* &= M - x^* - z^* \\ y^* &= M - D_{Min} - D_{Max} \end{aligned}$$

$$f(x^*, y^*, z^*) = E_A \cdot D_{Min} + E_B \cdot (M - D_{Min} - D_{Max}) + E_C \cdot D_{Max}$$

Para analizar los intervalos en donde el caso es válido, se consideran las ecuaciones (9) y (12).

$$\begin{aligned} y^* &< D_{Max} \\ M - D_{Min} - D_{Max} &< D_{Max} \\ M &< 2 \cdot D_{Max} + D_{Min} \\ D_{Min} &< y^* \\ D_{Min} &< M - D_{Min} - D_{Max} \\ D_{Max} + 2 \cdot D_{Min} &< M \end{aligned}$$

Se obtiene el siguiente intervalo donde la solución es válida

$$D_{Max} + 2 \cdot D_{Min} < M < 2 \cdot D_{Max} + D_{Min}$$

Caso 15:  $\mu_1 = \mu_2 = 0, \mu_3 > 0, \mu_4 > 0, \mu_5 > 0, \mu_6 = 0$

De las ecuaciones (7), (16), (17) y (18), se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} x^* &= D_{Min} \\ y^* &= D_{Min} \\ z^* &= D_{Max} \\ M &= x^* + y^* + z^* \\ M &= D_{Max} + 2 \cdot D_{Min} \end{aligned}$$

$$f(x^*, y^*, z^*) = E_A \cdot D_{Min} + E_B \cdot D_{Min} + E_C \cdot D_{Max}$$

Se obtiene el siguiente intervalo donde la solución es válida.

$$M = D_{Max} + 2 \cdot D_{Min}$$

Caso 25:  $\mu_1 = 0, \mu_2 > 0, \mu_3 > 0, \mu_4 = \mu_5 = \mu_6 = 0$

De la ecuación (4), se obtiene que  $\lambda = -E_A$ . Reemplazando en la ecuación (5), se obtiene que  $\mu_2 = E_A - E_B$ . Sabiendo que  $E_A > E_B$ , se puede decir que el valor de  $\mu_2$  cumple con la condición de viabilidad. De igual manera, reemplazando  $\lambda$  en la ecuación (6), se obtiene que  $\mu_3 = E_A - E_C$ . Sabiendo que  $E_A > E_C$ , se puede decir que el valor de  $\mu_3$  también cumple con la condición de viabilidad.

De las ecuaciones (7), (15) y (16), se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} y^* &= D_{Max} \\ z^* &= D_{Max} \\ x^* &= M - y^* - z^* \\ x^* &= M - 2 \cdot D_{Max} \end{aligned}$$

$$f(x^*, y^*, z^*) = E_A \cdot (M - 2 \cdot D_{Max}) + E_B \cdot D_{Max} + E_C \cdot D_{Max}$$

Para analizar los intervalos en donde el caso es válido, se verifican las ecuaciones (8) y (11).

$$\begin{aligned} x^* &< D_{Max} \\ M - 2 \cdot D_{Max} &< D_{Max} \\ M &< 3 \cdot D_{Max} \\ D_{Min} &< x^* \\ D_{Min} &< M - 2 \cdot D_{Max} \\ 2 \cdot D_{Max} + D_{Min} &< M \end{aligned}$$

Se obtiene el siguiente intervalo donde la solución es válida.

$$2 \cdot D_{Max} + D_{Min} < M < 3 \cdot D_{Max}$$

Caso 29:  $\mu_1 = 0, \mu_2 > 0, \mu_3 > 0, \mu_4 > 0, \mu_5 = \mu_6 = 0$

De las ecuaciones (7), (15), (16) y (17), se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} x^* &= D_{Min} \\ y^* &= D_{Max} \\ z^* &= D_{Max} \\ M &= x^* + y^* + z^* \\ M &= 2 \cdot D_{Max} + D_{Min} \end{aligned}$$

$$f(x^*, y^*, z^*) = E_A \cdot D_{Min} + E_B \cdot D_{Max} + E_C \cdot D_{Max}$$

Se obtiene el siguiente intervalo donde la solución es válida.

$$M = 2 \cdot D_{Max} + D_{Min}$$

A continuación, se resume la solución óptima del problema para las distintas condiciones presentadas en los casos estudiados.

a) Si  $3 \cdot D_{Min} < M < D_{Max} + 2 \cdot D_{Min}$ , entonces

$$\begin{aligned} x^* &= y^* = D_{Min} \\ z^* &= M - 2 \cdot D_{Min} \end{aligned}$$

b) Si  $M = D_{Max} + 2 \cdot D_{Min}$ , entonces

$$\begin{aligned} x^* &= y^* = D_{Min} \\ z^* &= D_{Max} \end{aligned}$$

c) Si  $M = 2 \cdot D_{Max} + D_{Min}$ , entonces

$$\begin{aligned} x^* &= D_{Min} \\ y^* &= z^* = D_{Max} \end{aligned}$$

d) Si  $D_{Max} + 2 \cdot D_{Min} < M < 2 \cdot D_{Max} + D_{Min}$ , entonces

$$\begin{aligned} x^* &= D_{Min} \\ z^* &= D_{Max} \\ y^* &= M - D_{Min} - D_{Max} \end{aligned}$$

e) Si  $2 \cdot D_{Max} + D_{Min} < M < 3 \cdot D_{Max}$ , entonces

$$\begin{aligned} x^* &= M - 2 \cdot D_{Max} \\ y^* &= D_{Max} \\ z^* &= D_{Max} \end{aligned}$$

Con base en el análisis matemático, se propone un algoritmo para el problema de optimización del consumo eléctrico en sistemas de acondicionadores de aire que considera todos los posibles escenarios, el cual se describe en la Figura 2.

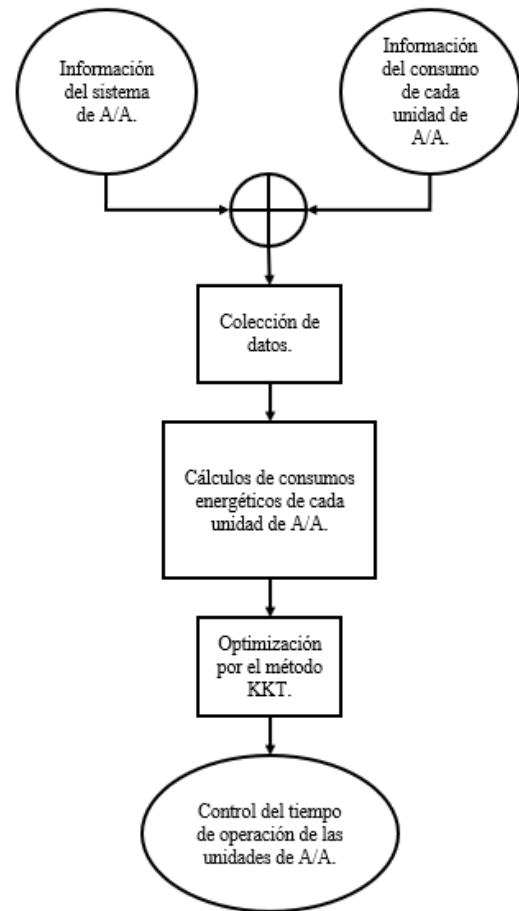


Figura 2. Diagrama de flujo propuesto para la optimización del consumo eléctrico.

El problema para optimización propuesto puede extenderse para controlar el tiempo de operación  $N$  de unidades de acondicionamiento de aire, como se muestra a continuación.

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^N E_i x_i$$

$\{x_i\}$

suje to a

$$\sum_{i=1}^N x_i = M$$

$$D_{Min} \leq x_i \leq D_{Max} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}$$

donde  $x_i$  representa el tiempo de operación de la unidad  $i$ . Este problema general requiere un análisis matemático más complejo, por lo que será considerado para futuros trabajos.



## 4. Simulación y resultados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas en el software de simulación MATLAB y el software de modelado de problemas de optimización CVX [19], [20]. Las pruebas fueron llevadas a cabo en un computador DELL con procesador i7-9700 CPU de 3.00GHz, memoria RAM de 16 GB y un disco duro de 1 TB.

Para las simulaciones de este trabajo se utilizaron los datos técnicos y de consumo mencionados en la sección de formulación y los resultados del análisis matemático del problema. En la Tabla 3, se describe los 7 escenarios aplicados en la simulación del código de Matlab para los diferentes valores de días de  $D_{Min}$  y  $D_{Max}$ . Los escenarios 1 y 7 corresponden a que las unidades de aire operan equitativamente la misma cantidad de días, es decir  $\frac{1}{3}$  de  $M$ , ya que  $M = 3 * D_{Min}$  o  $M = 3 * D_{Max}$ . Estos escenarios fueron seleccionados de tal manera que las simulaciones contemplaran todos los casos válidos en el análisis matemático.

Tabla 3. Escenarios aplicados en el código de Matlab

Escenarios	$D_{Min}$ (días)	$D_{Max}$ (días)	$M$ (días)
1	5	10	30
2	1	20	30
3	6	18	30
4	7	11	30
5	9	20	30
6	6	12	30
7	10	15	30

En la Figura 3, se representa el consumo mensual para distintos escenarios de  $D_{Max}$  y  $D_{Min}$ , donde la barra azul representa el consumo energético en sistemas de acondicionadores de aire tradicionales y la barra roja representa el consumo energético en sistemas de acondicionadores de aire propuesto con optimización. Se puede observar en el resultado obtenido que el sistema optimizado propuesto en este trabajo garantiza en todo momento que el consumo eléctrico es menor o igual al obtenido en el sistema tradicional, lo cual demuestra la eficiencia del algoritmo propuesto. Además, se puede observar que este trabaja mejor en los escenarios que representan los 5 casos analizados matemáticamente, lo cual permite al operador del sistema seleccionar uno de ellos para alcanzar cierto consumo deseado. Por ejemplo, el segundo escenario proporciona el consumo energético más bajo de todos al utilizar por más tiempo la unidad de

menor consumo energético.

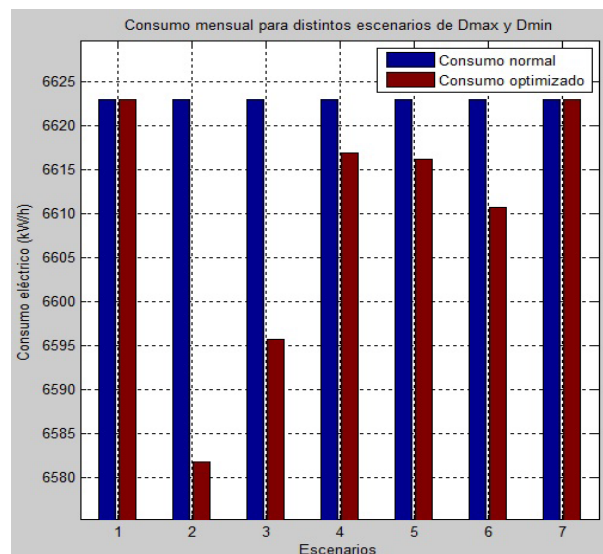


Figura 3. Consumo mensual para distintos escenarios de  $D_{max}$  y  $D_{min}$ .

En la Figura 4, se muestra la cantidad de días de uso de cada unidad para los distintos escenarios. Se puede observar que en el escenario 2, la unidad C trabaja más días con respecto a los demás escenarios, mientras que la unidad A hace lo contrario. Esto se debe en parte por los parámetros del escenario considerado en Tabla 3.

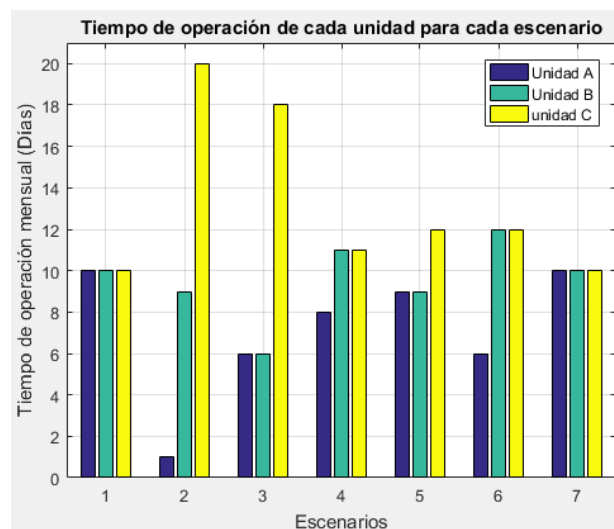


Figura 4. Tiempo de operación de cada unidad para los 7 escenarios.

En la Figura 5, se muestra el ahorro energético alcanzado en los distintos escenarios estudiados. Se puede observar que el segundo escenario proporciona un mayor ahorro energético, lo cual se traduce en un menor consumo de electricidad. También, se puede ver que los

demás escenarios en todo momento garantizan un ahorro energético positivo, tal como se esperaba en la formulación matemática.

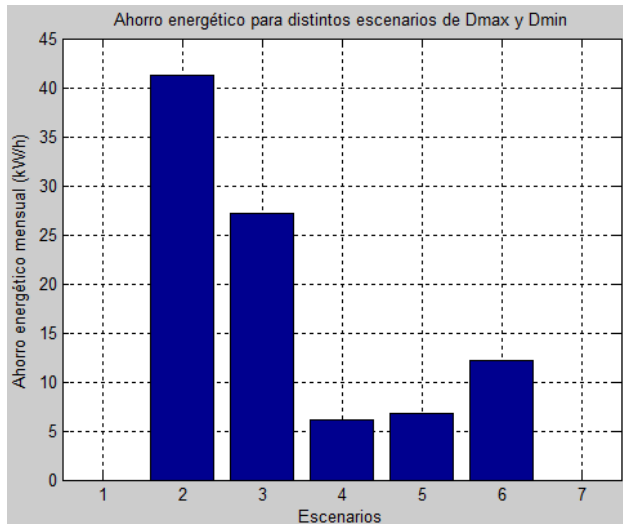


Figura 5. Ahorro energético para distintos escenarios de Dmax y Dmin.

En la Figura 6, se muestra el tiempo de computación requerido por el sistema para obtener la solución óptima en cada escenario. Podemos observar que en promedio el tiempo de computación es de aproximadamente 0.35 milisegundos, lo cual es un resultado bastante prometedor si consideramos el beneficio obtenido en la reducción del consumo eléctrico.

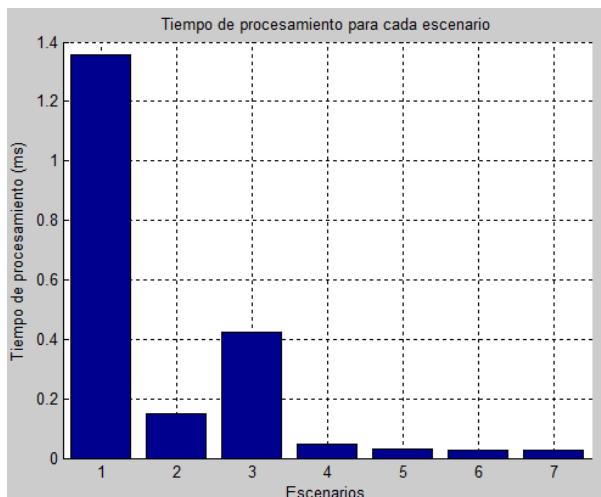


Figura 6. Tiempo de procesamiento para cada escenario.

## 5. Conclusiones

La optimización aplicada al campo de la ingeniería es un tema que cada día está tomando más importancia tanto

en la parte de diseño como en la de control de procesos. Con esto, se busca principalmente optimizar un sistema o proceso para obtener mayores beneficios, mientras se reducen costos.

En este trabajo se propone utilizar técnicas de optimización para administrar mejor las unidades de acondicionamiento de aire en espacios IT, con el objetivo de garantizar un ambiente adecuado para los equipos y reducir el consumo energético del mismo. Específicamente, se formula un problema de optimización convexo lineal que busca minimizar el consumo energético total del sistema de acondicionamiento ambiental. Este problema cuenta con restricciones de operación que limitan el tiempo mínimo y máximo de uso para cada unidad de acondicionador de aire. Al ser un problema de optimización convexo, es posible utilizar métodos tradicionales para resolver problemas de optimización. En este trabajo, se realizó el análisis matemático utilizando el método Karush-Kuhn-Tucker (KKT), donde se obtuvieron soluciones óptimas para distintos escenarios. Con base en estas soluciones, se propuso un algoritmo para el problema de optimización del consumo eléctrico en sistemas de acondicionadores de aires que considera todos los posibles escenarios, el cual cumple las expectativas del sistema optimizado. Este algoritmo está compuesto por instrucciones de programación sencillas, lo cual permite poder implementarlo en cualquier dispositivo que con cierto grado de computación.

Los resultados de las simulaciones demostraron que el problema de optimización propuesto en todo momento garantiza un consumo eléctrico menor o igual al obtenido en el sistema tradicional, lo cual cumple con el objetivo de este trabajo. Además, se puede observar que este controla adecuadamente el tiempo de operación de las unidades de acondicionamiento de aire consideradas, mientras se cumplen las restricciones de operación. Por último, es importante resaltar también que el algoritmo propuesto cuenta con la capacidad de obtener la solución óptima del problema de manera muy rápida y eficiente, sin importar el escenario que se este estudiando.

Como trabajo futuro, se puede considerar incluir más variables y restricciones al problema de optimización para considerar otros aspectos que sin duda pueden fortalecer el trabajo propuesto.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a los estudiantes e investigadores del grupo de investigación en Ingeniería de Telecomunicación y Sistemas Inteligentes Aplicados a la Sociedad (ITSIAS). Los autores E.C y Y.S. reconocen el apoyo del Sistema Nacional de Investigación (SNI) de Panamá al proporcionar financiamiento parcial para la publicación de este manuscrito.

## CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran no tener algún conflicto de interés.

## CONTRIBUCIÓN Y APROBACIÓN DE LOS AUTORES

A continuación, se especifica la contribución de cada autor: Investigación, M.P., J.G., G.P., E.C.; Experimentación, M.P., J.G., G.P.; Conceptualización, M.P., J.G., G.P., E.C.; Preparación y corrección del artículo, M.P., J.G., G.P., E.C., Y.S.; Supervisión, E.C., Y.S..

Todos los autores afirmamos que se leyó y aprobó la versión final de este artículo.

## REFERENCIAS

- [1] Lu, Y. Industry 4.0: A survey on technologies, applications and open research issues. *Journal of industrial information integration*, 6, 1-10.], [Xu, Li Da, Eric L. Xu, and Ling Li. "Industry 4.0: state of the art and future trends." *International Journal of Production Research* 56.8 (2018): 2941-2962. 2017.
- [2] Monge-González, C., Alfaro, C., & Alfaro, J. Tecnologías de la información y la comunicación (TICs), productividad y competitividad. *Revista Digital Futuros*, [http://www.revistafuturos.info/autores/aut\\_2006/r\\_monge\\_glez.htm](http://www.revistafuturos.info/autores/aut_2006/r_monge_glez.htm). 2006.
- [3] K. Schwab, "The fourth industrial revolution". Currency. 2017.
- [4] Xu, M., David, J. M., and Kim, S. H. The fourth industrial revolution: Opportunities and challenges. *International journal of financial research*, 9(2), 90-95. 2018.
- [5] Asep – Panamá. Indicadores de internet. [Online]. Available: [https://www.asep.gob.pa/wp-content/uploads/telecomunicaciones/estadisticas/2020/211\\_2020.pdf](https://www.asep.gob.pa/wp-content/uploads/telecomunicaciones/estadisticas/2020/211_2020.pdf). 2020.
- [6] González, R. M., Alfaro-Azofeifa, C., & Alfaro-Chamberlain, J. TICs en las PYMES de Centroamérica: impacto de la adopción de las tecnologías de la información y la comunicación en el desempeño de las empresas. *Idrc*. 2005.
- [7] Arregoces, M., & Portolani, M. *Data center fundamentals*. Cisco Press. 2003.
- [8] Schmidt, R. R., Cruz, E. E., & Iyengar, M. Challenges of data center thermal management. *IBM Journal of Research and Development*, 49 (4.5), 709-723. 2005
- [9] Shehabi, Arman, et al. "Data center design and location: Consequences for electricity use and greenhouse-gas emissions." *Building and Environment* 46.5. pp. 990-998. 2011.
- [10] Samadiani, E., Joshi, Y., & Mistree, F. The thermal design of a next generation data center: a conceptual exposition. *Journal of Electronic Packaging*, 130 (4). 2008.
- [11] Yu, L., Xie, D., Huang, C., Jiang, T., & Zou, Y. Energy optimization of HVAC systems in commercial buildings considering indoor air quality management. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 10 (5), 5103-5113. 2018.
- [12] Xie, D., Yu, L., Jiang, T., & Zou, Y. Distributed energy optimization for HVAC systems in university campus buildings. *IEEE Access*, 6, 59141-59151. 2018.
- [13] Q. Wang, Y. Yu, B. Li and Y. Zhu, "Tensor-Based Optimal Temperature Control of CRACs in Multi-Datacenters," in *IEEE Access*, vol. 7, pp. 41445-41453, 2019.
- [14] Nakamura, M., Nakamura, R., Nishida, R., Takeuchi, A., & Tominaga, T. Energy efficient cooling in data center using optimization approach. In *2012 Proceedings of SICE Annual Conference (SICE)* (pp. 2103-2108). IEEE. 2012.
- [15] Yao, L., & Huang, J. H. Multi-objective optimization of energy saving control for air conditioning system in data center. *Energies*, 12 (8), 1474. 2019.
- [16] R. Requejo, E. Eli. Optimización del sistema de aire acondicionado para el ahorro energético en el centro comercial Plaza vea Chiclayo. 2019
- [17] S. Boyd and L. Vandenberghe, "Convex optimization," Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK: Cambridge University Press, Mar. 2004.
- [18] Caballero J. A., I. E. Grossmann. "Una revisión del estado del arte en optimización", *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI* 4. pp. 5-23. 2007.
- [19] Moore, H., & Sanadhy, S. *MATLAB for Engineers* (Vol. 4). Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall. 2007.
- [20] M. Grant and S. Boyd. *CVX: MATLAB software for disciplined convex programming* (web page and software), 2008. Available from: <http://www.stanford.edu/boyd/cvx/>. 2008.