

# El aprendizaje cooperativo aplicado a las matemáticas y sus efectos en el rendimiento académico

Yazmín Dorati<sup>1</sup>, Mirna de Crespo<sup>1</sup> y Félix Cantú<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Investigaciones en Logística y Cadena de Suministro.

Universidad Latina de Panamá

(ydcantu, mirnadedecrespo)@ulatina.edu.pa, fcantug2010@hotmail.com

**Resumen:** *algunos alumnos perciben las matemáticas como una asignatura complicada y difícil de entender, responsable de la mayoría de los fracasos en las escuelas y universidades. Muchas de las causas se encuentran en las estrategias utilizadas por los facilitadores, quienes han promovido un sistema de enseñanza netamente conductista y monótono en el que se ha sembrado y cosechado indiferencia y antagonismo hacia la asignatura. El objetivo de esta investigación fue la de aplicar la estrategia de aprendizaje cooperativo con 120 estudiantes de primer año de universidad, mediante la cual los estudiantes elaboraron en grupos de tres sus exámenes parciales, el examen final, las tareas cooperativas y la de ejercicios para resolver en el pizarrón. Los resultados arrojaron que estas estrategias influenciaron de tal forma que se incrementó el rendimiento y se generó una actitud más favorable hacia el aprendizaje de las matemáticas.*

**Palabras claves:** *interactividad, trabajo grupal, aprendizaje cooperativo o colaborativo, aprendizaje significativo.*

**Title:** *Cooperative learning applied mathematics and its effects on academic performance*

**Abstract:** *some students perceive mathematics as a complicated and difficult subject to learn, which causes most of the failures in schools and universities. Many of the reasons lie in the strategies that are used by facilitators who have promoted a system of purely behavioral and tedious teaching that has sown and harvested indifference and antagonism toward the subject. The aim of this research was to implement the cooperative learning strategy with 120 freshmen college students where they worked in groups of three to design their own partial and final tests, their collaborative tasks, and the practical exercises to be solved on the whiteboard. The results showed that these strategies influenced in a way that it improved students' performance and as a result a more favorable attitude toward the learning of mathematics.*

**Keywords:** *interactivity, group work, cooperative or collaborative learning, meaningful learning.*

Tipo de artículo: original

Fecha de recepción: 4 de abril de 2016

Fecha de aceptación: 16 de noviembre de 2016

## 1. Introducción

De acuerdo a David Robson [1] la mayoría de los fracasos escolares en matemáticas son motivados por el temor, la aversión y el escaso conocimiento acerca de su utilidad más allá de simples operaciones de suma y resta.

Mucha culpa recae en las estrategias y pericias antiguas que utiliza el facilitador, quien ostenta un papel protagonista, ya que constituye el último “eslabón en la cadena” en la formación [2] y no ha percibido que en esta época de alto desarrollo tecnológico el proceso de enseñanza debe pasar de un viejo modelo centrado en la enseñanza, el cual subyace en el estancamiento de las disciplinas psicopedagógicas [3], a un modelo basado en el aprendizaje propio, aunque se deba romper con paradigmas previamente establecidos.

Comenta Hernández y Olmos [4] que en los nuevos modelos “los alumnos construyen activamente su propio conocimiento y dejan de ser receptores meramente pasivos y el profesor va apuntando no solo el desarrollo conceptual, sino el desarrollo de aptitudes, capacidades y competencias de sus alumnos” que se requieren para la internalización efectiva de esta asignatura.

De allí que entender las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas se haya convertido en una preocupación manifiesta de buena parte de los profesionales dedicados al mundo de la educación, especialmente si consideramos el alto porcentaje de fracaso que presentan en estos contenidos los alumnos y alumnas que terminan la escolaridad obligatoria. J. Orrantía [5] añade que “la sociedad actual, cada vez más desarrollada tecnológicamente, demanda con insistencia niveles altos de competencia en el área de matemáticas”, sin embargo la propia sociedad va en franco deterioro en el área.

Los resultados de las pruebas del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes, (PISA, por sus siglas en inglés), un examen realizado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) a alumnos de 15 años para determinar su nivel en comprensión de lectura, en ciencias y en matemáticas ha sido catastrófico para la mayoría de los países centroamericanos. Comenta el diario La Prensa [6] que “los países de América Latina que participaron reflejaron los malos resultados obtenidos en la prueba de Evaluación PISA”.

Estos resultados podrían mejorar si se sustituyera el sistema de enseñanza tradicional por procesos más dinámicos en donde el alumno pueda compartir y discutir su aprendizaje mediante la interacción social. Parece claro que esta estrategia interactiva juega un papel importante en el desarrollo cognitivo. Las principales teorías de psicología evolutiva –Piajet, Vygotski, Wallon, Erikson, etc. –, hacen referencia a ello. Sin embargo no existen estudios que establezcan cómo funciona esto, específicamente en el ámbito matemático.

El aprendizaje cooperativo se define como “el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás” [7] y es poco utilizado en el ámbito matemático.

Desde el punto de vista social genera habilidades que coadyuvan a la internalización efectiva de los nuevos conceptos y aplicaciones, pues, desarrollan en los participantes destrezas de tipo cognitivo, tales como la memorización, la comprensión y la asimilación de la información [8].

Este tipo de estrategias ayuda a que el aprendizaje sea "significativo". Díaz y Ciriaco [9] introducen el término "aprendizaje significativo", que es lo opuesto al aprendizaje repetitivo, ampliamente utilizado en todas las escuelas modernas. Para este autor: "la cooperación y significatividad del aprendizaje matemático, se refiere a la posibilidad de establecer vínculos sustantivos y no arbitrario entre lo que hay que aprender (el nuevo contenido) y lo que ya se sabe, lo que se encuentra en la estructura cognitiva de la persona que aprende".

En este aspecto la socialización coadyuva al aprendizaje al promover la participación cooperativa entre los participantes con la idea de que se ayuden unos a los otros a lograr sus objetivos, partiendo de conocimientos previos. Postula Ausubel [10] que "La característica más importante del aprendizaje cooperativo y significativo es que este produce una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones (no como una simple asociación) de tal modo que estas adquieran un significado y son integradas a la estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial".

Desde la perspectiva de la Psicología de la Educación, Collazos y Mendoza [11] definen a la interacción entre iguales: "a la serie de procesos que ocurren en la relación entre dos o más personas, de semejantes características evolutivas, cognitivas, etc., dispuestas a aprender conjuntamente, con el objetivo de que intercambien información, conductas, sentimientos, habilidades motrices y sociales".

Una de las características importantes de este tipo de herramienta es la preocupación por que los compañeros asimilen el conocimiento. Zavala [12] le llama al aprendizaje cooperativo "aprendizaje colaborativo" y expresa que "el aprendizaje colaborativo es, ante todo, un sistema de interacciones cuidadosamente diseñado, que organiza e induce la influencia recíproca entre los integrantes de un equipo. Es también un proceso en el que se va desarrollando gradualmente, entre los integrantes de dicho equipo, el concepto de ser mutuamente responsables del aprendizaje de cada uno de los demás".

El aprendizaje cooperativo produce disposición hacia el estudio, en virtud de que los estudiantes se motivan unos con otros y puede ejercer influencia sobre la voluntad.

Tal como lo señalan [11] Collazos y Mendoza que "la motivación es un factor esencial en el aprendizaje", a su vez cita a Ausubel señalando que todo aprendizaje requiere de dos condiciones: un material potencialmente significativo y la voluntad de aprender significativamente. En este caso la voluntad puede ser moldeada por medio de la interacción grupal. Urbano y Juni [13] aluden que "la capacidad para atender a nuestras emociones, experimentar con claridad los sentimientos y poder reparar los estados de ánimo negativos va a influir decisivamente sobre la salud mental de los estudiantes y este equilibrio psicológico, a su vez, está relacionado y afecta el rendimiento académico final. Las personas con escasas habilidades emocionales son más propensas a experimentar estrés y dificultades emocionales durante sus estudios y, en consecuencia, se beneficiarán más del uso de habilidades emocionales adaptativas que les permiten afrontar tales dificultades. La inteligencia emocional podría actuar como un moderador de los efectos de las habilidades cognitivas sobre el rendimiento académico".

No hay duda alguna que existe una relación estrecha entre

el método o estilo de enseñanza utilizado por el profesor y el rendimiento del alumno y la aplicación del aprendizaje cooperativo aplicado a matemáticas redundará en grandes beneficios al proceso de enseñanza-aprendizaje del área.

## 2. Metodología

La pregunta de investigación a responder fue: ¿La estrategia de aprendizaje cooperativo aplicada a las matemáticas afecta la actitud y el grado de aprovechamiento de los participantes de primer ingreso de las universidades? Los elementos a medir fueron el grado de influencia en el aprendizaje, dificultad y el nivel de agrado.

Como hipótesis conceptual se tiene que la actitud del estudiante hacia las matemáticas y el grado de aprovechamiento se incrementan con la estrategia de aprendizaje cooperativo. La *n* fue de carácter probabilística, fácil de medir y cooperativa y se realizó a 110 estudiantes entre 18 y 19 años, participantes la asignatura Matemáticas I, del primer cuatrimestre de universidad, 55 hombres y 53 mujeres sin realizar una selección en cuanto a la carrera en específico, a quienes se les aplicó la estrategia de enseñanza cooperativa durante un cuatrimestre. Los estudiantes se agruparon con tres integrantes para cada estrategia. Las estrategias fueron las siguientes:

- Exámenes parciales, final y tareas cooperativas
- Ejercicios individuales en el tablero representando a su grupo

Metodología de los exámenes parciales, final y tareas cooperativas, se aplicaron dos exámenes parciales y uno final, los cuales fueron resueltos por los tres integrantes. También se llevaron a cabo seis tareas cooperativas. La calificación que sacaron en cada estrategia se les asignó al grupo.

La metodología que se utilizó en los ejercicios individuales en el tablero o pizarra fue la siguiente:

En la fecha señalada se le dio unos diez minutos previos a la prueba para que practiquen en grupo. Se dividió la pizarra en tres partes. Los ejercicios se escribieron en unos papelitos puestos en un contenedor pequeño. En forma aleatoria se llamó a uno de cada grupo quienes tomaron un papelito con su ejercicio y lo escribieron y resolvieron sin apoyo de sus compañeros. La calificación que obtuvo se le designó al resto de su grupo.

Aplicación de cuestionarios:

La medición de variables se realizó antes del estudio (pretest) y posterior a la prueba (postest). Con la escala de medición tipo Likert. A continuación:

Muchísimo 5- Mucho 4- Regular 3- Poco 2- Nada 1.

## 3. Resultados

Se aplicó el índice de consistencia Alpha de Cronbach para medir la confiabilidad y validez del instrumento, cuyo índice fue de .885 (88.5%) con 52 elementos y se interpreta que la confiabilidad es "Buena".

Análisis estadístico:

Tabla 1. Exámenes, tareas, pizarrón

Estrategia	Influencia en el aprendizaje	Grado de dificultad	Nivel de agrado
<b>Parciales</b>			
Rango de Mediana	4.6 (69%) Muchísimo	1.77 (80.7%) Poco	4.5 (67%) Muchísimo
Moda	5.0	1.0	5.0
<b>Final</b>			
Rango de Mediana	4.6 (69%) Muchísimo	1.89 (75%) Poco	4.46 (58%) Muchísimo
Moda	5.0	1.0	5.0
<b>Tareas</b>			
Rango de Mediana	3.87 (73%) Regular	2.15 (73.4%) Poco	4.0 (43%) Mucho
Moda	5.0	2.0	5.0
<b>Pizarrón</b>			
Rango de Mediana	4.0 (72%) Mucho	1.99 (71%) Poco	3.9 (41%) Regular
Moda	5.0	2.0	5.0

De acuerdo con los porcentajes observados (tabla 1) se puede interpretar que la influencia de cada una de las estrategias fue esencial para su aprendizaje matemático. Las de mayor influencia fueron los exámenes parciales y el final y la que influyó pero en menor intensidad fue la de las tareas cooperativas. El grado de dificultad se considera "poco", ya que al trabajar en grupo se socializa y facilita el conocimiento en especial cuando se trabaja con buena disposición, como en este caso, ya que la sensación de agrado se considera en un buen nivel, sustituyendo a la apatía con que se caracteriza la mayoría de los alumnos. Se aprecia un nivel de agrado más bajo en la del pizarrón, debido a que les causaba un poco de tensión.

**Grado de influencia del grupo y el nivel de agrado individual hacia las matemáticas**

Se aplicó análisis de varianza cuyo resultado arrojó que no hay relación entre la influencia del grupo y el nivel de agrado individual hacia las matemáticas en las estrategia de tareas cooperativas (.250) y la de pasar al pizarrón (584), ya que el valor es  $> .05$ . Habría que profundizar en este aspecto e investigar el nivel de intervención de cada participante y su motivación. En el caso de los exámenes parciales (.015) y finales (0.016), el valor es  $< .05$  y se presume que si hay relación entre la influencia del grupo y el nivel de agrado en el aprendizaje cuando se utiliza la estrategia cooperativa. Se sugiere elaborar entrevistas de profundidad para conocer los aportes de los participantes que favorecieron el incremento en el aprendizaje de las matemáticas.

**Grado de influencia del grupo en el aprendizaje y el grado de dificultad**

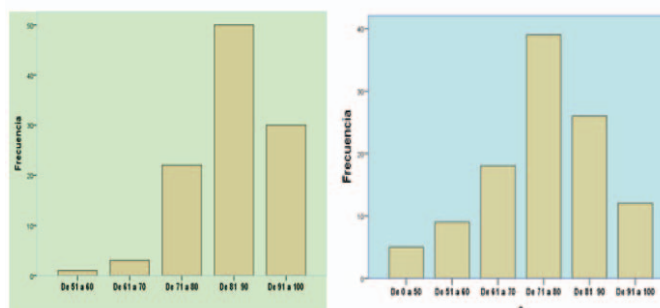
Se aplicó análisis de varianza para conocer si hay relación entre la influencia del grupo y la dificultad en el aprendizaje. En este aspecto se pudo observar que el valor de la estrategia del examen final (.042) es  $< .05$ , por lo que se interpreta que sí hay relación entre el grado de influencia del grupo y el grado de dificultad en las matemáticas en el aprendizaje. Cabe mencionar que el profesor le da la mayor ponderación al examen final que a las demás estrategias. En los casos de las tareas cooperativas (.115), los exámenes parciales (.094) y la del pasar al pizarrón (.081) observamos que el valor es  $> .05$ = no hay diferencias.

**Diferencias de proporciones de género**

En este aspecto no existen diferencias entre las proporciones de género. El grado de significancia fue de 0.119, cuyo valor es  $> .05$ . Por lo que el comportamiento en el aprovechamiento y motivación grupal fue igual tanto para hombres como para mujeres.

**Relación de las edades con el gusto con las matemáticas**

El p- valor de *Chi* cuadrada fue de 0.262 con 2 gl por lo que se puede concluir que las edades no están relacionadas con el gusto o disposición hacia las matemáticas (Gamma.298). Existen otros factores a detectar que influyen en la disposición hacia las matemáticas que se deben realizar en otra investigación.



Gráfica 1. Promedios antes y pasado el curso.

Se puede observar un incremento en sus calificaciones y una gran disminución de los promedios bajos. En este caso se comprueba que al sustituir la estrategia utilizada por el profesor hacia una estrategia interactiva (tabla 1) se consigue un cambio en la actitud del alumno hacia esta asignatura, así como un cambio en la actitud del alumno.

Tabla 2. Calificaciones antes y después del curso

Variables <i>Chi</i> cuadrada. Rango de la mediana			
Calificaciones	Promedios antes (%)	Promedios después (%)	Dif % acumulado
Mediana	4.0000	5.0000	
Moda	4.0000	5.0000	
De 0 a 50	4.6	.9	-3.7
51 a 70	42.2	29.2	-13
71 a 100	53.2	69.9	16.7

Se aprecia mediante *Chi* cuadrada la diferencia entre los promedios antes y después. Se advierte un aumento considerable de los promedios en las calificaciones regulares, buenas y excelentes y una disminución de los bajos promedios (de 0 a 70). Se confirma mediante Wilcoxon para comparar medias y se observa que existen diferencias entre ambos promedios ( $.000 < 0.05$ ). Ver tabla 2 y la gráfica 1.

Tabla 3. Prueba T para muestras relacionadas

Concepto	Antes (%)	Después (%)	Diferencia
Alegría	8.2	12.7	4.5
Emoción	33.6	34.2	0.6
Apatía	23.6	7.3	-16.3
Nada	8.2	19.1	10.9
Disgusto	14.5	3.6	-10.9

Al marcar la palabra que más se acerca al concepto de matemáticas para el individuo con el fin de conocer sus sentimientos y disposición antes y después de la prueba, el valor que resultó fue de 0.04, el cual es menor que 0.05, por lo que se acepta que existe diferencias estadísticamente significativas entre las medias de los dos grupos. Se incrementó la buena disposición cuando aumentaron las categorías de alegría y emoción. Parece interesante que los que señalaron apatía y disgusto en la prueba inicial, en la segunda prueba habían cambiado esos sentimientos a alegría y emoción y un gran número a por lo menos "nada" (ningún sentimiento).

Referente a la problemática relacionada con el trabajo grupal, se observó lo siguiente a modo de resumen:

La categoría que más se repitió fue la 1.0 ("Todos los compañeros trabajaron") 63% de los valores está en el valor de la mediana (1.0); 18% comentó que "solo algunos trabajaron" y 13.8% que "existió coordinación en el grupo". Los demás porcentajes informaron (3.7% "el tiempo no fue suficiente" y el resto (1.5%) "ninguna dificultad".

## Conclusiones

En esta investigación se encontró que las estrategias de enseñanza-aprendizaje cooperativo influyeron en el aprendizaje e incrementó la calificación en la asignatura y esta calificación es independiente del género y de las edades. Las estrategias que más gustaron fueron las de los exámenes y la que más generó estrés fue la de pasar al pizarrón, ya que no siempre se llamaba al alumno con mayor conocimiento. Precisamente eso permitió que se preocuparan para que los demás aprendieran del tema. Referente a la actitud hacia las matemáticas, estas estrategias fueron del agrado de los participantes permitiendo un ambiente agradable y propicio para el aprendizaje, y se pudo apreciar una mejoría en su concepto con respecto a las matemáticas, en especial por la buena participación y cohesión que se presentó en el trabajo grupal.

Este trabajo aporta a la comunidad científica en especial a los países con un índice bajo en matemáticas, una alternativa exitosa para la enseñanza aprendizaje de esta asignatura. En un segundo intento se volverá aplicar este experimento a una mayor muestra para contrastar y comparar, para luego perfeccionar las estrategias.

## Agradecimientos

Al Profesor Karim Delys Coordinador de Mercadeo. FII. UTP por sus sugerencias en el ámbito estadístico.

A la Profesora Beverly Hunt Heslop por la traducción en inglés.  
Prof. Rafael Vásquez. Director del CEP por sus sugerencias.

## Referencias

- [1] D. Robson, «BBC Mundo,» 30 Junio 2015. [En línea]. Available: [http://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/06/150628\\_vert\\_fut\\_ansiedad\\_matematicas\\_yv](http://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/06/150628_vert_fut_ansiedad_matematicas_yv). [Último acceso: 12 Septiembre 2016].
- [2] L. Villardón Gallegos, Competencias genericas en educación superior: Metodologías específicas para su desarrollo, Madrid, España: Narcea S.A. Ediciones, 2015.
- [3] J. Sáens Carrera y A. M. Esteban, Dialéctica de los conceptos de educación, Barcelona, España: UOC, 2016.
- [4] A. Hernández Martín y S. Olmos Miguelañes, E- Brary pro- Quest reader, Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca, 2011.
- [5] J. Oarrantia, Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Una perspectiva evolutiva, São PAulo, 2006.
- [6] G. R. Jiménez, «El examen que evitó la educación en Panamá,» La Prensa, 2013.
- [7] Wikibooks, «Aprendizaje colaborativo/Aprendizaje colaborativo y cooperativo,» Wikibooks, 2010 Junio 24. [En línea]. Available: [https://es.wikibooks.org/wiki/Aprendizaje\\_colaborativo/Aprendizaje\\_colaborativo\\_y\\_cooperativo](https://es.wikibooks.org/wiki/Aprendizaje_colaborativo/Aprendizaje_colaborativo_y_cooperativo). [Último acceso: 15 Septiembre 2016].
- [8] B. M. A. Zavala, Corazón y razón en armonía: inteligencia emocional en alumnos con aptitud intelectual., México: Plaza y Valdés S.A., 2009.
- [9] J. D. y. O. Ciriaco., Aplicación de nuevas técnicas y estrategias del aprendizaje cooperativo y significativo en la enseñanza de las matemáticas: dos alternativas que sustentan la capacitación y/o preparación del joven del siglo XXI en el continuo devenir humano., Argentina: El Cid Editor, Agosto 2009.
- [10] N. Ausubel, Psicología de la Educación., España: Marcombo, 2009.
- [11] C. C. y. J. Mendoza, Cómo aprovechar el aprendizaje colaborativo en el aula, Colombia: D. Universidad de la Sabana, 2009.
- [12] B. Zavala, Corazón y razón en armonía: Inteligencia emocional en alumnos con aptitud intelectual, México: Plaza y Valdés S.A., 2009.
- [13] C. Urbano y J. Juni, Técnicas para la animación de grupos, Argentina: Brujas, 2014.