

Análisis de estabilidad y caos en sistemas dinámicos económicos con aplicación a la economía panameña

Narciso Agudo¹ , Idulfo Arrocha¹ 

¹ facultad de Ciencias y Tecnología, Universidad Tecnológica de Panamá. República de Panamá, Ciudad de Panamá.
narciso.agudo@utp.ac.pa, idulfo.arrocha@utp.ac.pa
DOI: 10.33412/pri.v15.1.2381



Resumen: El presente artículo tiene por objetivo analizar el ciclo de crecimiento económico panameño desde la perspectiva de la dinámica económica caótica. Para tal efecto, se resalta la teoría matemática del caos como herramienta de estudio de los sistemas dinámicos cuyo comportamiento va cambiando con el transcurrir del tiempo. En consecuencia, se estudia la estabilidad o en su defecto, la inestabilidad del sistema económico panameño. Dado que en la literatura no se ha encontrado un enfoque de esta naturaleza relacionado con la economía panameña, este trabajo constituye un primer tratamiento de la dinámica económica desde la perspectiva de los sistemas dinámicos. No obstante, aunque se pueden encontrar un sinnúmero de modelos económicos que abordan este enfoque, se hará referencia a los modelos económicos de Solow y Hicks para analizar el comportamiento de la economía panameña en el marco de la teoría del caos. Los resultados que hemos obtenido son de gran utilidad, pues pueden ser utilizados para hacer los ajustes pertinentes en materia de política económica enfocada, principalmente, en el logro del bienestar del pueblo panameño.

Finalmente, con el uso de herramientas tecnológicas de computación se desarrolla una representación matemática basada en el modelo de Solow en el tiempo continuo, esta representación analiza los puntos de equilibrio de la economía panameña. A su vez, el estudio se complementará con un diagrama de bifurcación del modelo de Hicks, en el tiempo discreto, que permita detectar el comportamiento caótico de la economía panameña.

Palabras Claves: caos, modelo económico, estabilidad, sistemas dinámicos.

Title: Analysis of stability and chaos in dynamic economic systems with application to the Panamanian economy.

Abstract: The objective of this article is to analyze the Panamanian economic growth cycle from the perspective of chaotic economic dynamics. For this purpose, the mathematical theory of chaos is highlighted as a tool for the study of dynamic systems whose behavior changes over time. Consequently, we study the economic models of Solow and Hicks whose influence is of great importance for the analysis of the behavior of any economy. Since an approach of this nature related to the Panamanian economy has not been found in the literature, this work constitutes a first treatment of economic dynamics from the perspective of dynamic systems. However, although a number of economic models can be found that address this approach, reference will be made to Solow and Hicks' economic models to analyze the behavior of the Panamanian economy in the framework of chaos theory. The results that we have obtained are very useful, since they can be used to make the pertinent adjustments in economic policy, focused mainly on the achievement of the welfare of the Panamanian people. Finally, with the use of technological tools for computation, a model is developed to detect the chaotic behavior of the Panamanian economy.

Key words: chaos, economic model, dynamics stability, systems.

Tipo de artículo: Análisis.

Fecha de recepción: 16 de octubre de 2023.

Fecha de aceptación: 30 de enero de 2024.

1. Introducción

La teoría matemática del caos estudia la dinámica no lineal de los sistemas que presentan una evolución irregular e impredecible, tal es el caso de los sistemas económicos. Por tal razón, el propósito de este trabajo es analizar la dinámica que describe la evolución temporal de dichos sistemas. Principalmente, se pone especial interés en la explicación de fenómenos que aparentan tener un comportamiento desordenado. Detrás de ese aparente desorden, existe una dinámica que puede ser explicada usando apropiadas técnicas matemáticas y estadísticas, propias de esta teoría.

La matemática del caos permite la representación y explicación de la complejidad en la dinámica de ciertos fenómenos en los que pequeñas variaciones en las condiciones iniciales pueden implicar grandes diferencias en el comportamiento futuro del sistema.

En la literatura matemática se han propuesto distintas definiciones de caos. Una primera definición intuitiva que resume el comportamiento de un sistema caótico es la que fue sugerida en una conferencia sobre el caos en la Real Sociedad, Londres (1986). En esta conferencia se concluye que el caos es: "comportamiento estocástico que ocurre en un sistema determinista" [1]. Es decir, un sistema caótico parece aleatorio y muy irregular, pero se genera a través de un proceso determinista. Además, aunque se haya acumulado gran cantidad de datos sobre el comportamiento pasado del sistema, no se pueden realizar predicciones exactas acerca de su comportamiento futuro. Este tipo de factores implican la necesidad de desarrollar modelos [2] que permitan comprender los principios que afectan la dinámica del ciclo y el crecimiento económico, es decir, con el estudio de las variables económicas se busca determinar una explicación endógena a la irregularidad y aperiodicidad de los fenómenos económicos (ciclo y crecimiento económico, redistribución de la renta, comportamiento de la inversión, control del gasto público, evolución de los precios de los activos financieros, mercados de capitales, etc.).

La dinámica describe un proceso de adaptación basado en un mecanismo de imitación: cada período, es una parte de la población que cambia su estrategia, de comportamiento [3].

Un sistema dinámico es un modo de describir el recorrido a lo largo del tiempo de todos los puntos de un espacio dado [4]. En otras palabras, son sistemas en los que determinados parámetros (por ejemplo, la velocidad o la posición), evolucionan con el transcurso del tiempo.

En economía se trata, normalmente, con sistemas dinámicos ordinarios y en diferencia donde la variable respecto a la que se considera que cambia el sistema es el tiempo, es decir, su propósito es el de estudiar la evolución temporal de los fenómenos económicos. En este trabajo se analiza la estabilidad, es decir, un sistema es estable si los cambios pequeños de las condiciones iniciales llevan a cambios pequeños de las trayectorias. Por otro lado, los sistemas son inestables si ocurre lo contrario. La solución de un sistema dinámico es una trayectoria temporal completa para cada variable de estado, quedando los valores instantáneos de cada una de ellas conectados en el tiempo con los estados anteriores del sistema a través del sistema dinámico. Así, la solución de un sistema dinámico estará determinada por aquellas trayectorias para las cuales las variables de estado evolucionen temporalmente por las ecuaciones que definan el sistema.

El concepto de bifurcación se emplea para describir los cambios significativos en el comportamiento cualitativo del sistema ante pequeñas variaciones de sus parámetros, esto hace que la estructura cualitativa del flujo en el campo de vectores pueda evolucionar, es

decir, puntos fijos pueden ser creados o destruidos o su estabilidad puede cambiar.

Los modelos que aquí se utilizan están basados en principios y supuestos de la economía, analizados desde la perspectiva de la teoría matemática del caos.

Según Antunez (2009) [5]. "Las causas del crecimiento económico se deben a: "Que la economía crece porque los trabajadores tienen cada vez más instrumentos para su trabajo, que los trabajadores con mayor stock de conocimientos son más productivos y que la economía crece por el progreso tecnológico". Estas tres variables son consideradas por muchos autores a la hora de modelar el crecimiento económico.

Las principales teorías del crecimiento económico son: El modelo clásico, Capitalismo periférico, Crecimiento continuo o Keynesianismo y las Postkeynesianas [6]. Estas teorías permiten comprender los factores que influyen en la dinámica de la economía panameña, puesto que los incrementos porcentuales del producto interno bruto en un período de tiempo ayudan a medir el bienestar de la población y el éxito de la política económica aplicada.

En economía, se han desarrollado un sinnúmero de modelos que describen evolución del producto a través del tiempo, entre los que se pueden mencionar el modelo de: Keynes, Harrod, Domar, Solow, Hicks, entre otros. Sin embargo, en este trabajo se utilizaron los modelos de Solow y Hicks, para hacer un estudio simultáneo de las tendencias y las fluctuaciones de la realidad económica de Panamá.

El objetivo de este trabajo consiste en analizar el ciclo de crecimiento económico panameño desde la perspectiva de la dinámica económica caótica. Cabe destacar, que este es un primer acercamiento que permitirá obtener una visión global de la economía panameña, específicamente en lo que se refiere a los problemas relacionados con la inestabilidad y las fluctuaciones de los ciclos económicos.

2. Modelos de dinámica económica

A continuación, presentamos los dos tipos de modelos de dinámica económica:

2.1. Modelo de Solow

Los análisis realizados por Robert Merton Solow, economista estadounidense quien obtuvo el Premio Nobel de Economía en 1987 por sus contribuciones a la teoría del crecimiento económico, se toman en consideración en este estudio como marco analítico para el análisis de estabilidad y caos en los sistemas dinámicos económicos con aplicación a la economía panameña, dado que incorpora las variables relacionadas con el crecimiento de la renta con pleno empleo del trabajo, aumentos en el capital y el progreso

tecnológico. Estas variables están relacionadas con la productividad del trabajo y del capital. Además, permite ver si es posible una situación de crecimiento de la renta con pleno empleo del trabajo, y si es estable esta situación.

El producto interno bruto se define como el valor de mercado de los bienes y servicios finales producidos en un país en un periodo de tiempo determinado [7]. Entiéndase por renta, la identidad nacional en donde el PIB, denotado como $Y(t)$ se reparte a través de cuatro componentes fundamentales; por una parte, la producción total la compran las familias para su propio consumo privado, $C(t)$; otra parte la compran las empresas, esto se conoce como inversión, $I(t)$; la tercera parte la compra el gobierno en el gasto público $G(t)$; y, finalmente el resto de la producción son las exportaciones netas, $NX(t)$ [8].

Por consiguiente, la identidad se expresa en términos matemáticos de la siguiente manera:

$$Y(t) = C(t) + I(t) + G(t) + NX(t) \quad (1)$$

Solow plantea una función de producción neoclásica agregada, la cual es una función de oferta, $Y(t)$, que se obtiene con la combinación de tres factores de la economía: el capital (K), el trabajo (L), y la tecnología (A), los cuales se pueden mezclar para producir bienes finales [9]. Se representan estas combinaciones a través de la función de producción:

$$Y(t) = F(K(t), L(t), A(t)) \quad (2)$$

A continuación, se describen las variables que se emplean en la ecuación del modelo de Solow en términos per cápita; o sea, la producción por persona o por trabajador.

$\frac{dk}{dt}$: La tasa de crecimiento del capital.

s : Tasa de ahorro.

k : Stock de capital.

δk : Depreciación de capital en un momento dado.

nk : Relación entre el número de personas y el stock de capital.

Luego la ecuación del modelo de Solow que describe el comportamiento de la economía en tiempo continuo es:

$$\begin{cases} \frac{dk}{dt} = sAk - (\delta - n)k \\ \frac{dL}{dt} = nL \end{cases} \quad (3)$$

2.2. Modelo de Hicks

El otro modelo que se ha empleado para el estudio del comportamiento de la economía panameña es el modelo de Hicks en tiempo Discreto [10]. La piedra angular de este modelo se centra en el hecho de que en cualquier periodo de tiempo la inversión y el consumo dependen de los valores que la renta nacional haya obtenido en el período anterior. Es decir, el volumen de inversión está inducido por una variación de renta a lo largo de varios periodos sucesivos. Además, Hicks sostiene que el nivel de la renta se ve impulsado en su evolución temporal desde su nivel máximo, (techo), a su nivel mínimo, (suelo). En otras palabras, si el límite superior que es la renta de pleno empleo, "techo" es creciente en el tiempo, entonces este crecimiento se produce cuando se genera una perturbación externa, (proceso de inversión). Cuando la renta llega al "techo" no puede seguir subiendo, sino que "rebota".

Por tanto, se produce un punto de retorno en la evolución de la renta y, en consecuencia, es necesario un decrecimiento en la inversión. Cabe destacar que la evolución de este modelo presenta comportamientos no lineales en la función de inversión; no linealidades que restringen la posible evolución de la renta entre un techo y un suelo generándose así el comportamiento cíclico regular de forma endógena.

A continuación, se expone la ecuación que representa la dinámica de la renta no lineal en tiempo discreto de Hicks.

$$Y_t = \frac{v_t^{\max}(1-y^{\min})^{-1}(1-y_{t-1})}{(1+X^{\max})} y_{t-1} + \frac{c y_{t-1}}{(1+X^{\max})}, \quad (4)$$

donde,

v_t^{\max} : Incremento máximo de la renta

X^{\max} : Nivel máximo de la renta

X^{\min} : Nivel mínimo de la renta

y_{t-1} : Crecimiento de la renta mínima en el período anterior.

3. Resultados y discusión

En esta sección se presenta la correlación entre las variables propias de la teoría económica que utilizan los modelos de Solow y Hicks con los parámetros proporcionados por el Instituto Nacional de Estadística y Censo de la República de Panamá [10].

La tabla 1, contiene los resúmenes estadísticos de los valores de las variables descritas en el modelo de Solow que se utilizaron en el análisis de estabilidad y caos en sistemas dinámicos económicos con aplicación a la economía panameña. La primera columna contiene los datos resumidos de las variables económicas utilizadas en el estudio. La segunda columna contiene los datos porcentuales de las respectivas variables.

Tabla 1. Valores de los parámetros para el modelo de Solow.

Variable	Valor
Tasa de ahorro	10.21%
Índice tecnológico	40%
Tasa de depreciación	5%
Tasa laboral	5.5%
Tasa de crecimiento de la población	1.48%

Sustituyendo los datos de la tabla 1 en la ecuación (3) se obtiene el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \frac{dk}{dt} = -0,19316 k \\ \frac{dL}{dt} = 0,184 L \end{cases} \quad (5)$$

La figura 1 muestra que el comportamiento del sistema es un punto silla cuyo punto crítico es el origen.

En este sentido, se hace necesario aclarar que en un punto silla las trayectorias inicialmente tienden a un punto, pero después divergen de él. Este tipo de punto es inestable y se da cuando existen eigenvalores de un sistema que son distintos y de signos opuestos [12].

Este comportamiento en términos económicos establece que en la economía panameña se produce un incremento en el ritmo de crecimiento de la ocupación (población), a lo largo de los años, pero que se deben adoptar políticas para mantener el stock de capital por unidad eficiente de trabajo (k) invariable; para ello, es preciso aumentar la inversión.

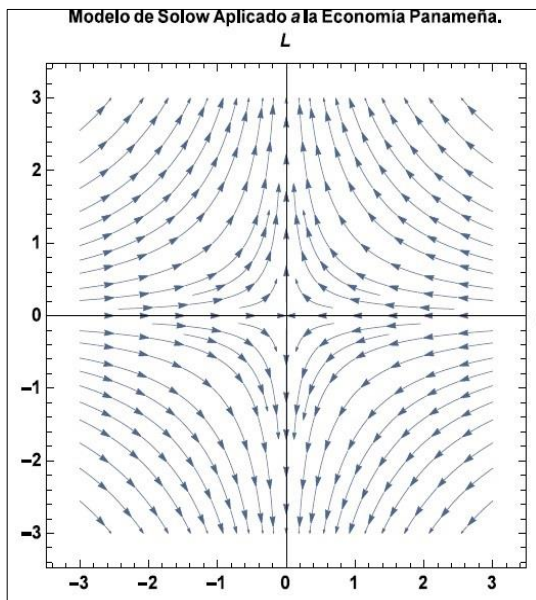


Figura 1. Punto crítico del Modelo Solow.

En la tabla 2, se presentan las variables requeridas para la elaboración y estudio del modelo de Hicks que

se emplearon en el análisis de estabilidad aplicado a la economía panameña. Estos datos fueron obtenidos en la Contraloría General de la República de Panamá, a través del informe financiero presentado en la revista Panamá en Cifras, 2017.

Tabla 2. Parámetros para el modelo de Hicks.

Variable	Valor
Incremento de la renta (v_t)	5.5%
Incremento máximo de la renta (X^{max})	5.6%
Incremento mínimo de la renta (y^{min})	5%
Valor de la renta en el período anterior (y_{t-1})	4.8%
Parámetro variable (c)	

Sustituyendo los parámetros de la tabla 2, en la ecuación (4) se obtiene la siguiente expresión:

$$Y_t = \frac{0.00251328(1-y^{min})^{-1}}{(1+X^{max})} + \frac{0.048 c}{(1+X^{max})} \quad (6)$$

La figura 2, refleja el Diagrama de Bifurcación en donde se aprecia el valor o conjunto de datos al que converge el estado de la variable y_t , para cada asignación del parámetro v^{max} . Como se observa para los valores comprendidos entre 0 y 2.31, el sistema converge a un único punto (2.31, 0.85), es decir, el equilibrio es del tipo punto fijo. Este punto fijo o único valor de la variable de estado en equilibrio se transforma o bifurca en dos puntos lo que se conoce como bifurcación horca. El nuevo equilibrio es, por tanto, del tipo ciclo límite, en el que el período se ha duplicado respecto a la situación anterior, pasando de ser uno en el punto fijo a dos en este ciclo límite. Este proceso de desdoblamiento o duplicación del período continúa a medida que se vaya aumentando el valor del parámetro lo que se conoce como bifurcaciones horca en cascada de doblamiento [13]. Para valores de v^{max} comprendidos aproximadamente entre 2.79 y 2.9 el ciclo límite es de período cuatro. A partir de este último valor, la cascada de duplicaciones hace que el número de puntos tienda a cubrir una mayor región del espacio, por tanto, se ha encontrado la ruta hacia el caos y; consecuentemente, el atractor se ha convenido en extraño.

Se observa que la serie normalizada por y^{max} se comporta de manera cíclica en la vecindad de un valor constante, sin embargo, como se ha añadido una tendencia lineal a este valor máximo, entonces la serie original presenta de forma conjunta una tendencia lineal a largo plazo junto a una serie de oscilaciones aperiódicas en torno a y^{max} como se muestra en la figura 2. Es decir, se integró el análisis del ciclo y el crecimiento

económico de la República de Panamá, y se pudo explicar de forma endógena dos características fundamentales que se observan en la evolución cualitativa de la economía: la existencia de irregularidades en su oscilación, y la incapacidad de realizar predicciones ajustadas más allá del corto plazo.

Esta última se deriva, como ya se ha comentado, de la dependencia sensitiva a las condiciones iniciales. Este comportamiento corrobora que las trayectorias que se observan en el diagrama de bifurcación divergen rápidamente y por consiguiente se evidencia el comportamiento aperiódico.

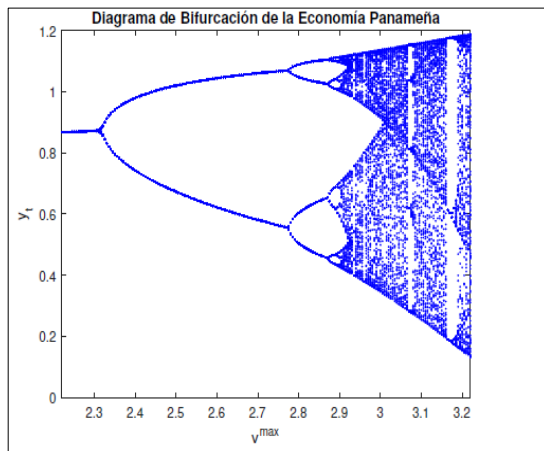


Figura 2: Diagrama de bifurcación del Modelo de Hicks que describe el comportamiento de la economía panameña.

Este diagrama, muestra que el ciclo y el crecimiento económico de la República de Panamá, presenta dos características fundamentales que se observan en la evolución de la economía: la existencia de irregularidades en su oscilación, y la incapacidad de realizar predicciones ajustadas más allá del corto plazo.

4. Conclusión

En este trabajo se han presentado dos modelos para el análisis de estabilidad de la economía panameña desde la perspectiva de los sistemas dinámicos económicos y caos. Primeramente, en la aplicación del modelo de Solow se evidencia un continuo incremento en la dinámica de crecimiento económico que presenta la República de Panamá. Este incremento se debe a la inversión, aunado con el progreso tecnológico; estos generarán un aumento o crecimiento de la producción.

En consecuencia, la economía panameña mantendrá un crecimiento estable si la tasa de crecimiento laboral se mantiene a lo largo del tiempo.

Por otro lado, el modelo de Hicks explica de forma endógena dos características fundamentales que se observan en la evolución de nuestra economía: la existencia de irregularidades en su oscilación, y la incapacidad de realizar predicciones ajustadas más allá del corto plazo. Esta última se deriva, como ya se ha comentado, de la dependencia sensitiva a las condiciones iniciales.

Referencias

- [1] P.G. Carles, Economía Dinámica Caótica: Una Aplicación al Mercado de Capitales Español, (1996).
- [2] H. Lomelí, y B. Rumbos, Devaney, Métodos Dinámicos en Economía. Otra Búsqueda del Tiempo Perdido, Rio Hondo México, 2001.
- [3] G. Bischi, C. Chiarella y L. Gardini, Nonlinear Dynamics in Economics. Springer 2010.
- [4] C. Sota, Control Inteligente de Sistemas Dinámicos Caóticos. Madrid, 2004.
- [5] C.H. Antunez, Crecimiento económico, Lima-Perú, (2011).
- [6] X. Sala, Apuntes de crecimiento económico, Antoni Bosch-Editor, Madrid, (2000).
- [7] F. Jiménez, Macroeconomía: Enfoques y Modelos, Departamento de Economía – Pontificia Universidad Católica del Perú, 2016.
- [8] O. Blanchard, A. Amighini y F. Giavazzi, Macroeconomía, Pearson Educación, (2012).
- [9] R. Shone, Economic Dynamics Phase Diagrams and Their Economic Applications. Cambridge. Second Edition. (2002)
- [10] J. De Gregorio, Macroeconomía. Teorías y Políticas, Pearson Educación, (2012).
- [11] Contraloría. Panamá en Cifras Contraloría General de la República de Panamá. 2017.
- [12] G. Gandolfo, Economic Dynamic Methods and Models, Elsevier Science Publishers BV, 1971.
- [13] E.R. Scheinerman, Invitation to Dynamical Systems, Library of Congress Cataloging-in-Publication Data.