

# Modelado y Simulación Dinámica de Máquinas Síncronas de Imanes Permanentes para Aplicaciones Eólicas

**Issac Castillo**

Universidad Tecnológica de Panamá  
issac.castillo1@utp.ac.pa

**Resumen** - Recientemente la máquina síncrona de imanes permanentes ha demostrado ser una tecnología prometedora para aplicaciones eólicas. Esta máquina es similar a la máquina síncrona clásica excepto que la excitación es provista por imanes permanentes en lugar de un devanado de campo, su modelo matemático es utilizado para crear un modelo computacional en SIMULINK. Con este modelo se simula una máquina para condiciones comunes en aplicaciones eólicas, también puede ser utilizado para simular otras condiciones operativas y otras máquinas, ya que es fácilmente modificable.

## 1. Introducción

Actualmente, el análisis y diseño de máquinas eléctricas es usualmente realizado utilizando algún moderno software de simulación que provee predicciones precisas del comportamiento del sistema en condiciones reales. De esta manera, el modelado por computadora de estas máquinas a un alto nivel de precisión se convierte en parte esencial del proceso de diseño. La experimentación con máquinas reales puede ser costosa y tomar mucho tiempo. Para muchos, la simulación ofrece un método rápido y económico, y quizás el único, mediante el cual se puede estudiar sistemas y sus componentes.

Una máquina síncrona de imanes permanentes (PMSM, según sus siglas en inglés) es una máquina que utiliza imanes para producir el campo magnético en el entrehierro, eliminando el uso de una fuente de excitación externa. Debido a sus cualidades, estas máquinas han atraído el interés de muchos investigadores a nivel mundial, para su uso en distintas aplicaciones. La aplicación de máquinas de imanes permanentes se puede encontrar en áreas científicas como la ciencia aeroespacial, hibridación de vehículos, transporte y sistemas de energía renovable [1]. Existen varias configuraciones de máquinas de imanes permanentes, las cuales se clasifican en dos grupos: de flujo axial y de flujo radial [2]. El uso de imanes permanentes en la construcción de máquinas eléctricas tiene muchas ventajas. Entre éstas están su alta potencia por unidad de volumen, simplificación en la construcción y mantenimiento, mejor desempeño dinámico que máquinas con excitación externa y principalmente, el hecho de que esta máquina no requiere una ventaja provee un substancial aumento en la eficiencia, ya que no hay pérdidas eléctricas en el circuito de excitación. La principal desventaja de la máquina de imanes permanentes es que sus imanes son susceptibles a las altas temperaturas pudiendo perder sus cualidades magnéticas.

En una máquina síncrona de imanes permanentes donde las

inductancias varían en función de la posición del rotor, un modelo de dos ejes (dq0) es comúnmente utilizado por simplicidad e intuición. Este modelo se consigue mediante una transformación la cual permite referir todas las variables a un marco de referencia común. Esta transformación, conocida como la Transformada de Park, fuerza a las inductancias que varían sinusoidalmente a ser constantes en el marco dq0. El modelo del PMSM en coordenadas dq0 ha sido utilizado para crear un modelo computacional para evaluar el comportamiento del PMSM bajo ciertas condiciones que son inherentes al utilizar la máquina para generación de electricidad mediante una turbina eólica. El propósito de esta investigación es presentar el modelo matemático del PMSM y su implementación en un modelo computacional utilizando el paquete de simulación SIMULINK, el cual es una extensión del programa MATLAB®.

## 2. Modelo Matemático del PMSM

El análisis del PMSM es similar al de una máquina síncrona clásica, siendo la excitación la única diferencia [2]. El estator de un PMSM y el de una máquina síncrona de rotor devanado son similares. Además, no existe diferencia entre la fuerza electromotriz producida por un imán permanente y la producida por una bobina excitada. De esta manera, el modelo matemático del PMSM es similar al de la máquina síncrona clásica.

### A. Ecuaciones Eléctricas

Las ya conocidas ecuaciones de voltaje de la máquina síncrona clásica se encuentran reproducidas en su forma matricial en (1).

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = -R \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

Para referir los voltajes trifásicos abc al eje coordenado dq0, se utiliza la Transformada de Park

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} = [T_{dq0}(\theta_q)] \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde,

$$[T_{dq0}(\theta_q)] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta_q & \cos(\theta_q - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_q + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin\theta_q & -\sin(\theta_q - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_q + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

y su matriz inversa está dada por

$$[T_{dq0}(\theta_q)]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_q & -\sin\theta_q & 1 \\ \cos(\theta_q - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_q - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_q + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_q + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Realizada la transformación se puede escribir las ecuaciones dinámicas de voltaje del PMSM [3].

$$V_d = -Ri_d - \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega\lambda_q \quad (5)$$

$$V_q = -Ri_q - \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega\lambda_d \quad (6)$$

donde

$$\lambda_q = L_q i_q \quad (7)$$

y

$$\lambda_q = L_d i_d + \lambda_{PM} \quad (8)$$

donde  $\lambda_{PM}$  es el flujo debido a los imanes permanentes. Los circuitos equivalentes del PMSM se encuentran en Fig.1 y Fig. 2. Tanto para la derivación de las ecuaciones eléctricas y mecánicas, los términos de secuencia cero no serán considerados ya que se asumen condiciones balanceadas.

Despejando  $i_d$  e  $i_q$  de (5) y (6), respectivamente se tiene

$$i_d = \frac{1}{L_d} \int (-v_d - Ri_d - \omega L_q i_q) dt \quad (9)$$

$$i_q = \frac{1}{L_d} \int (-v_q - Ri_d + \omega L_d i_d + \omega \lambda_{PM}) dt \quad (10)$$

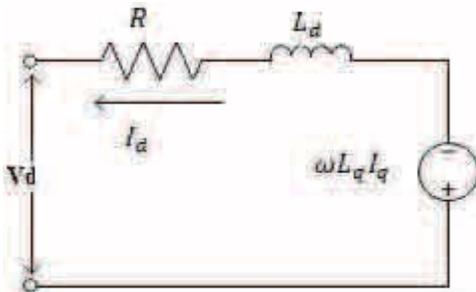


Fig. 1. Circuito equivalente del eje d

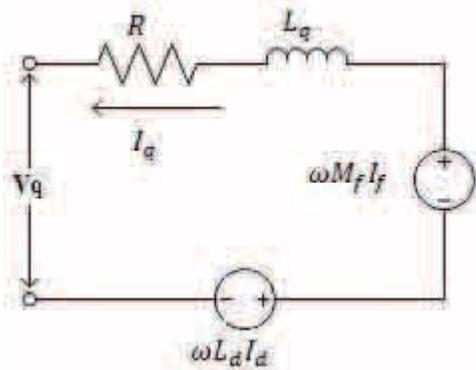


Fig. 2. Circuito equivalente del eje q

### B. Ecuaciones Mecánicas

Las expresiones de par de la máquina, en el sistema coordenado  $dq0$ , pueden ser obtenidas de la potencia instantánea de salida del estator trifásico [4].

$$P = v_d i_d + v_b i_b + v_c i_c \quad (11)$$

Transformando estos voltajes y corrientes al sistema de coordenadas  $dq0$ , mediante (3), se obtiene la siguiente expresión

$$P = \frac{3}{2} v_d i_d + \frac{3}{2} v_q i_q + 3 v_0 i_0 \quad (12)$$

Reemplazando (5) y (6) en (12) da

$$P = -\frac{3}{2} R (i_q^2 + i_d^2) - \frac{3}{2} \left( \frac{d\lambda_q}{dt} i_q + \frac{d\lambda_d}{dt} i_d \right) + \frac{3}{2} \omega (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (13)$$

Eliminando de (13) los términos relacionados con las pérdidas eléctricas y la tasa de cambio en la energía magnética, se tiene que la componente mecánica de la potencia es

$$P_{em} = \frac{3}{2} \omega (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (14)$$

Para una máquina de P-polos,  $\omega = (P/2)\omega_m$ , donde  $\omega_m$  es la velocidad del rotor en radianes mecánicos por segundo. De esta manera, la ecuación (14) para una máquina de P-polos también puede ser escrita así

$$P_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \omega_m (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (15)$$

Dividiendo la potencia electromecánica por la velocidad mecánica del rotor, se obtiene la siguiente expresión para el par electromecánico en una máquina de P-polos:

$$P_{em} = \frac{P_{em}}{\omega_m} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (16)$$

Sustituyendo las ecuaciones (7) en (8) se tiene que el torque electromecánico (16) se puede escribir de la siguiente manera

$$P_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} = [\lambda_{PM} i_q + (L_d - L_q) i_q i_d] \quad (17)$$

Las fuerzas que actúan sobre el rotor se muestran en Fig. 3. El par neto de aceleración,  $P_{em} + P_{mec} - P_{fric}$ , se mueve en dirección a la rotación del rotor cuando está operando como motor y viceversa cuando está operando como generador. Aquí,  $P_{em}$ , el par desarrollado por la máquina, es positivo cuando la máquina trabaja como motor y negativo cuando está generando;  $P_{em}$ , el par mecánico aplicado externamente en la dirección de rotación, será negativo cuando la máquina opera como motor y será positivo cuando el rotor está siendo movido por un primo motor; y,  $P_{fric}$ , el par de fricción, actúa en dirección opuesta a la dirección de rotación del rotor. Igualando el par neto de aceleración al torque de inercia, se tiene que

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = P_{em} + P_{mec} - P_{fric} \quad (18)$$

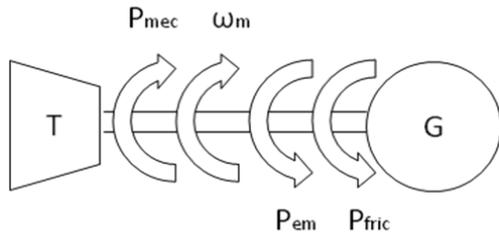


Fig. 3. Fuerzas que actúan sobre el rotor

### 3. Estructura del Programa

Las ecuaciones del modelo de la máquina sincrónica de imanes permanentes derivadas en la sección anterior pueden ser implementadas en una simulación que usa voltajes como entrada y corrientes como salida. En Fig. 4 se muestra el flujo de variables dentro del programa. Las entradas más importantes de la simulación de la máquina son los voltajes de fase abc del estator, y los parámetros que el usuario introduce: la excitación que proveen los imanes permanentes, y el par mecánico aplicado al rotor. Los parámetros utilizados para la simulación se encuentran en la Tabla I.

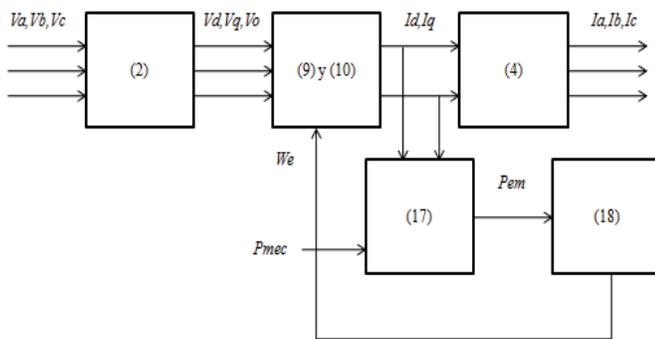


Fig. 4. Flujo de variables

TABLA I

PARÁMETROS DE LA MÁQUINA DE IMANES PERMANENTES

Símbolo	Nombre	Valor
$V_{LL}$	Voltaje Nominal	220 V
P	Número de Polos	4
$R_s$	Resistencia del Estator	2.875 $\Omega$
$\lambda_{PM}$	Enlace de Flujo de los Imanes	0.175 Wb-vuelta
$L_q$	Inductancia del eje q	8.5 mH
$L_d$	Inductancia del eje d	8.5 mH
J	Inercia	0.0008 kg m <sup>2</sup>
F	Coefficiente de fricción	0.001 N.m.s

En Fig. 5 se describe el modelo implementado en SIMULINK basado en el diagrama de flujo de variables descrito en Fig. 4. Para generar los voltajes trifásicos se tiene un reloj el cual se multiplica por una ganancia  $\omega = 2\pi f$  (donde f es la frecuencia del sistema, 60 Hz) y la magnitud del voltaje. Estas dos cantidades son introducidas en tres funciones las cuales tienen como salida los voltajes

trifásicos balanceados. La transformación a coordenadas dq0 se realiza en el bloque de la Transformada de Park, sus salidas entran al bloque Rotor el cual se muestra en detalle en Fig. 6. El flujo de los imanes permanentes y la potencia mecánica externa también son introducidas al bloque Rotor mediante señales predeterminadas de las librerías de SIMULINK. Se introdujo unos interruptores manuales para que el usuario pueda elegir cuál condición de operación desea simular. En Fig. 7-9 se muestran otros bloques importantes.

Los resultados de la simulación son obtenidos mediante un enlace entre MATLAB y SIMULINK. Los bloques completamente negros son multiplexores, que toman diferentes entradas y su única salida es conectada a un bloque que interconecta con MATLAB mediante un código. Para la simulación se utilizó el integrador ode23s, un max y min step size de 0.01s y 0.001s respectivamente, durante 10 segundos.

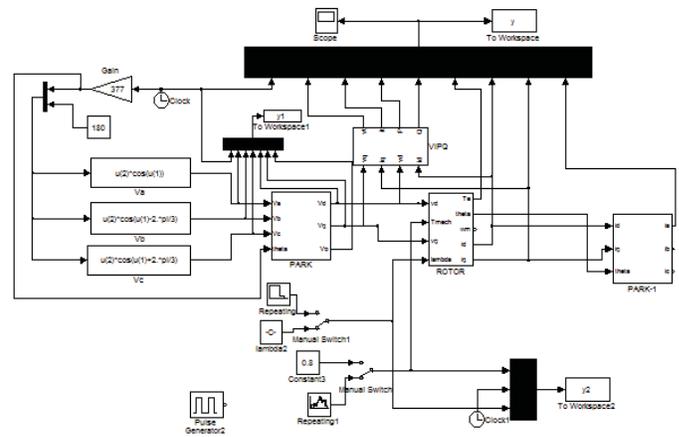


Fig. 5. Diagrama general del modelo en SIMULINK

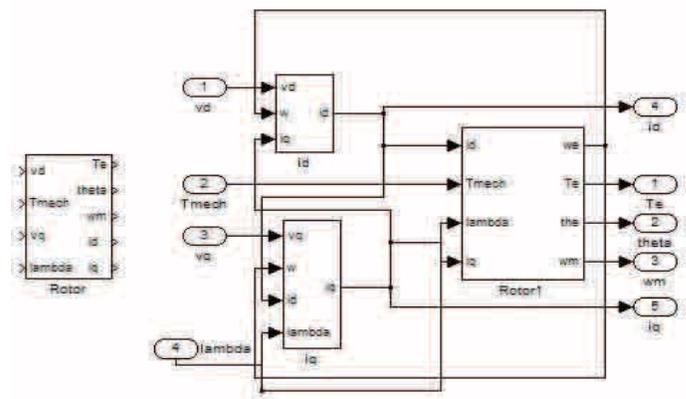


Fig. 6. Detalle del bloque Rotor

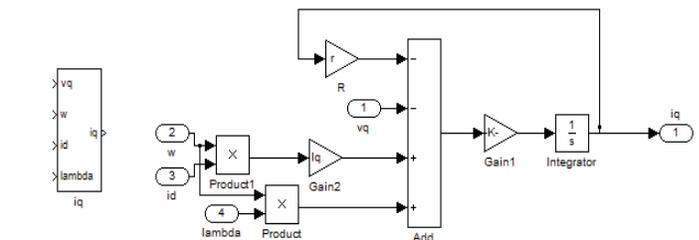


Fig. 7. Detalle del bloque Corriente del eje q

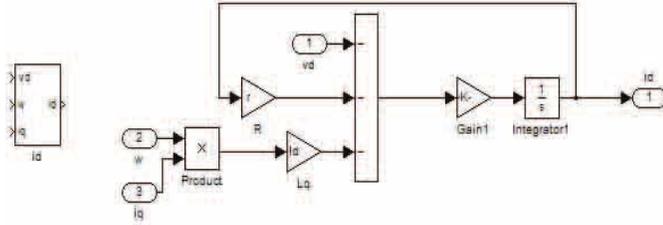


Fig. 8. Detalle del bloque Corriente del eje d

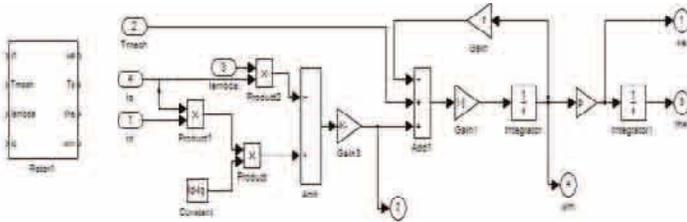


Fig. 9. Detalle del bloque de ecuaciones mecánicas

#### 4. Resultados de la Simulación

La simulación del PMSM se realizó de dos maneras, primero con una entrada de par mecánico aplicado variable en forma de una onda diente de sierra y luego con una entrada de par mecánico que simula condiciones del viento.

En Fig. 10 se muestran los voltajes  $abc$  y  $dq0$  del estator durante tres periodos de la onda de 60 Hz. Aquí se puede apreciar la utilidad de la transformada de Park ya que las formas de onda sinusoidales pasan a ser constantes. El voltaje del eje  $d$  es una constante que es igual al valor máximo de los voltajes  $abc$ , y los voltajes de los ejes  $q$  y  $0$  son ambos cero. Esto simplifica de gran manera el análisis dinámico de las máquinas eléctricas y también agiliza el tiempo de computación. Esto será así siempre que los voltajes en coordenadas  $abc$  sean balanceados, ya que de otra manera los voltajes  $q$  y  $0$  serán distintos de cero. Estos resultados fueron comparados con [5], y guardan concordancia con lo desarrollado este estudio. La única diferencia es que en este trabajo se utiliza la transformada de Park en notación como generador, que para condiciones balanceadas, los voltajes  $q$  y  $0$  son constantes iguales a cero, y en [5] se utilizó la notación como motor, entonces haciendo que los voltajes  $d$  y  $0$  sean nulos. Esto es esperado, ya que dependiendo de la definición, el orden de las variables  $d$  y  $q$  van a cambiar.

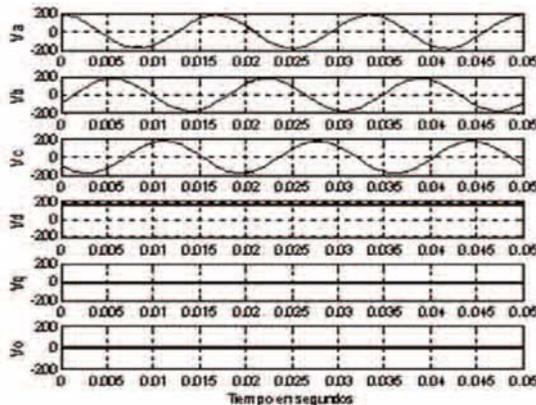


Fig. 10. Voltajes  $abc$  y  $dq0$

Los cambios en la velocidad del viento también afectan a la potencia producida por la máquina de imanes permanentes. En Fig. 11 se muestra la forma de onda de la potencia generada, y se observa que ésta cambia de forma similar al par mecánico aplicado. En [6] se llegó a resultados similares y los mismos pueden ser comparados con los presentados aquí. En esta referencia las formas de onda de la potencia producida y de la velocidad del rotor cambian en forma similar, lo cual es de esperar ya que la corriente del estator es sensible a los cambios en la potencia mecánica de entrada. En Fig. 12 se muestra cómo varían las corrientes  $dq0$  junto con la potencia de salida, lo cual guarda relación con lo esperado; se observa que la potencia entregada por el generador depende directamente de las variaciones en la energía del viento [7]. Estos resultados sugieren que para aplicaciones eólicas la máquina de imanes permanentes debe estar conectada a un convertidor de potencia para que la potencia de salida sea más estable.

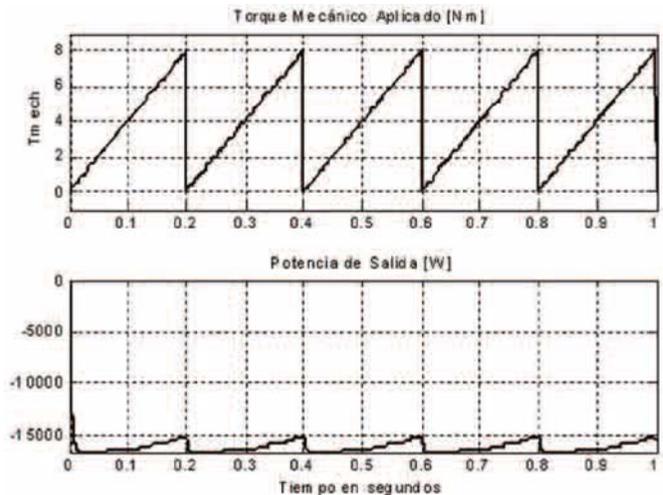


Fig. 11. Producción de potencia real de la máquina de imanes permanentes

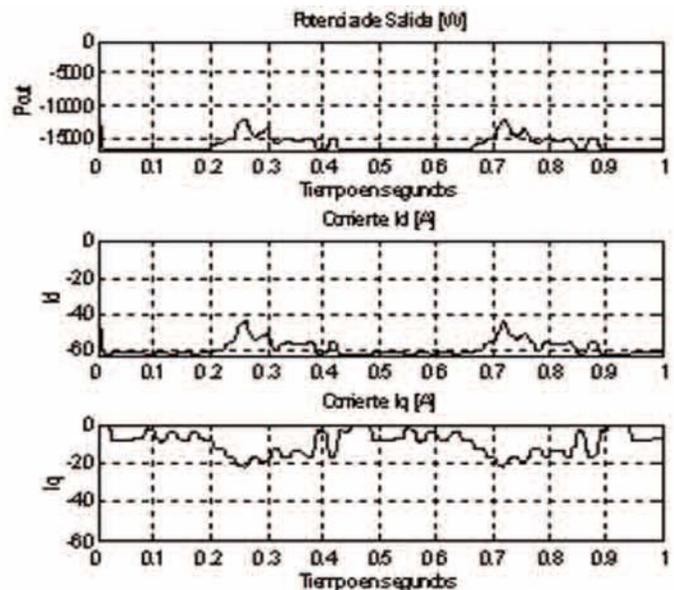


Fig. 12. Par desarrollado, corriente  $d$  y  $q$  con potencia de entrada variable.

### 5. Conclusión

El modelado dinámico de una máquina sincrónica de imanes permanentes ha sido desarrollado, el cual fue utilizado para implementar un modelo computacional utilizando SIMULINK. Este modelo fue utilizado para simular condiciones inherentes a aplicaciones eólicas. Los resultados de la simulación guardan relación con las referencias citadas, pero una validación con máquinas reales todavía queda pendiente. El modelo también puede ser utilizado para simular otros PMSM en condiciones distintas a las aquí presentadas, cambiando los parámetros de la máquina.

### 6. Referencias

- [1] Jacek F. Gieras y Mitchell Wing, Permanent Magnet Motor Technology, CRC, Second Edition, 2002.
- [2] Bhim Singh, B. P. Singh y S. Dwivedi, "A State of Art on Different Configurations of Permanent Magnet Brushless Machines", *The Institution of Engineers (India), Technical Journal*, Vol. 87, 2006.
- [3] Pragasan Pillay y R. Krishnan, "Modeling of Permanent Magnet Motor Drives" *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol 35, No. 4, November 1988.
- [4] Tomy Sebastian, Gordon R. Slemon y M.A. Rahman, "Modelling of Permanent Magnet Synchronous Motors", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. Mag-22, No. 5, Septiembre 1986.
- [5] Chee-Mun Ong, Dynamic Simulations of Electric Machinery, Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, New Jersey, USA, 1998.
- [6] Dmitry Svechkarenko, Simulations and Control of Direct Driven Permanent Magnet Synchronous Generator, Proyect Work, Royal Institute of Technology, Department of Electrical Engineering, Electrical Machines and Power Electronics, December, 2005.
- [7] Thomas P. Fuglseth, Modelling a 2.5 MW direct driven wind turbine with permanent magnet generator, Report for the final examination project of the Nordic PhD course on Wind Power, Norwegian University of Science and Technology, 2005.



## CENTRO EXPERIMENTAL DE INGENIERÍA

Unidad de investigación de la UTP



El Centro Experimental de Ingeniería mantiene un prestigio reconocido a nivel nacional e internacional y sus actividades siguen favoreciendo la academia, la investigación y la extensión de nuestra Universidad, contribuyendo de esta manera al desarrollo social, tecnológico y científico de la nación panameña.



Sistema de gestión de calidad bajo la Norma ISO 17025



Sede Tocumen, Vía Domingo Díaz, hacia el Aeropuerto.  
Tel: 290-8408 Fax: 290-8410  
Email: cei@utp.ac.pa