



# Modelo de la transferencia de calor en proceso de manufactura por deposición fundida

## Heat transfer model in fused deposition manufacturing process

---

Carlos Macías<sup>1</sup>, Héctor Gutiérrez<sup>2</sup>, Mario Ng<sup>3</sup>, Humberto Rodríguez<sup>4</sup>

<sup>123</sup>Licenciatura en Ingeniería Mecánica – Campus Universitario Dr. Víctor Levi Saso – Universidad Tecnológica de Panamá

<sup>4</sup>Docente de pregrado– Licenciatura en Ingeniería Mecánica – Facultad de Ingeniería Mecánica – Universidad Tecnológica de Panamá

93

**Resumen** Un análisis teórico-experimental es empleado para modelar la transferencia de calor en piezas fabricadas mediante deposición fundida de ABS. Específicamente, se pretende elaborar un modelo matemático capaz de representar la distribución de la temperatura en la superficie. Se incluyen las fases de calibración y validación respectiva del modelo propuesto, garantizando así la exactitud de la representación del modelado del sistema real. Este análisis de transferencia de calor será de gran utilidad para futuras investigaciones en donde se desee conocer el efecto de la contracción térmica sobre las dimensiones finales de la pieza.

**Palabras claves** Conducción de calor, convección, modelado por deposición fundida.

**Abstract** A theoretical-experimental analysis is used to evaluate heat transfer in samples of ABS made by fused deposition manufacturing technique. Specifically, it is required to elaborate a mathematical model capable of representing temperature distribution in the sample surface. Verification and validation of our model are performed later, assuring the exact representation of real system with our model. This heat transfer analysis will be of great help for future researches where surface finish is related to sample cooling.

**Keywords** Heat conduction, convection, fused deposition model.

---

\*Corresponding author: [humberto.rodriguez@utp.ac.pa](mailto:humberto.rodriguez@utp.ac.pa)

## 1. Introducción

La manufactura por deposición fundida (MDF) es una técnica de manufactura considerada como una de las tecnologías de prototipado rápido de mayor auge en los últimos tiempos. El principio de funcionamiento inicia cuando el filamento o material plástico de modelado se conduce desde el carrete de la impresora 3D hasta el cabezal de impresión, que se mueve en las coordenadas X e Y. La boquilla del cabezal, la cual se encuentra por encima de la temperatura de fusión de los termoplásticos, hace posible la fundición del material y lo deposita en capas de un grosor especificado [2].

Una de las desventajas de esta técnica radica en que en ocasiones la precisión dimensional de la pieza suele comprometerse, lo cual limita su uso en escenarios donde las bajas tolerancias son un factor crítico de la fabricación. Este alto grado de incertidumbre en las medidas se debe a factores tales como las condiciones ambientales, la velocidad de impresión, el enfriamiento no uniforme de la pieza, etc.

Muchas han sido las investigaciones realizados sobre MDF, una de ellas llevada a cabo por Yu-an Jin et. Al (2015) en donde se elabora un modelo matemático [1] para el estudio cuantitativo de la superficie de las piezas al implementar distintas técnicas de coordinación de movimiento, sin considerar los efectos de la transferencia de calor.

También P.J. Nuñez et. al (2015) [3] realizaron un análisis en cuanto a la precisión y rango de tolerancias en piezas 3D impresas, con el objetivo de establecer un estándar de calidad en la impresión 3D profesional. No obstante, en esta investigación también se desprecian los efectos de la transferencia de calor.

Por ello, se propone la elaboración de un modelo matemático capaz de definir la distribución de temperatura en la última capa de impresión. Esto sería útil, para en una próxima investigación, analizar la vinculación entre el enfriamiento de la pieza y la deformación por contracción térmica.

## 2. Metodología

### 2.1 Identificación de variables importantes

El fenómeno físico estudiado está gobernado por un conjunto de variables tales como: densidad del material ( $\rho$ ), conductividad térmica ( $k$ ), calor específico del material ( $c$ ), coeficiente de transferencia de calor por convección ( $h$ ), la temperatura del medio circundante ( $T_\infty$ ), temperatura de la base en donde se deposita el material ( $T_L$ ), el área superficial conducción ( $A_p$ ) y la difusividad térmica ( $\alpha$ ).

En el estudio se considera la transferencia de calor en régimen transitorio, además se desprecian los efectos de la radiación, y se asumen propiedades térmicas constantes en el material.

### 2.2 Formulación de hipótesis

En algunos casos cuando se imprimen piezas mediante deposición fundida estas suelen tener un mal acabado superficial, además de presentar deformaciones. Mediante el modelo, se intenta demostrar que existen variaciones de temperatura en la superficie de las piezas, que podrían acarrear deformaciones debido a la contracción térmica.

### 2.3 Aproximaciones matemáticas y modelado

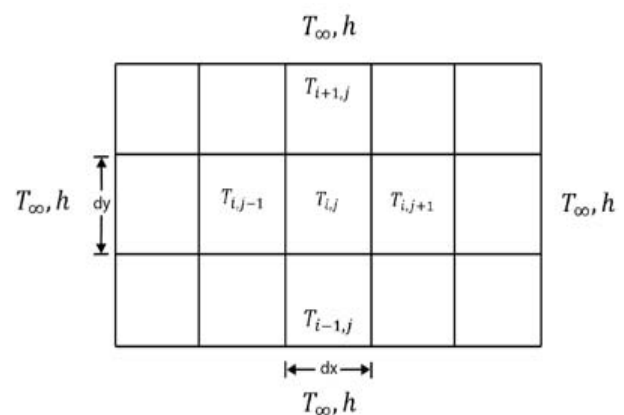


Figura 1. Discretización del dominio para la superficie en estudio.

En la aproximación presentada, se modeló el sistema con el método de diferencias finitas, involucrando cada una de las variables del sistema. La figura 1 muestra la forma en la que se discretizó la superficie de la pieza. Los elementos  $T_{ij}$ ,  $T_{i+1,j}$ ,  $T_{i-1,j}$ ,  $T_{i,j+1}$  y  $T_{i,j-1}$  los elementos conforman una muestra representativa de una submatriz del campo de temperatura de la superficie.

Mediante la ecuación de Fourier [5] para la conducción de calor y haciendo un balance de energía en el elemento  $T_{ij}$  (ver figura 1) se obtiene la siguiente ecuación (1) diferencial:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \frac{kA_T}{A\rho c} (T - T_L) - \frac{hA_c}{A\rho c} (T - T_\infty) \quad (1)$$

En nuestro modelo se hizo una discretización de la ecuación (1) mediante el reemplazo del término laplaciano:

$$\Delta T = \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \text{ por diferencias de temperaturas.}$$

Es decir:

$$\Delta T_{ij} = \frac{(T_{i-1,j} - T_{ij}) + (T_{i+1,j} - T_{ij}) + (T_{i,j+1} - T_{ij}) + (T_{i,j-1} - T_{ij})}{dxdy} \quad (2)$$

A partir de la aproximación hecha en la ecuación (2) se reemplaza la dependencia espacial en la ecuación (1) pasando así a obtener la ecuación diferencial ordinaria (3) válida desde  $i = 1 \dots m$  hasta  $j = 1 \dots n$

descrita a continuación:

$$\frac{dT}{dt} = \alpha \Delta T_{i,j} - \frac{kA_T}{A\rho c} (T - T_L) - \frac{hA_c}{A\rho c} (T - T_\infty) \quad (3)$$

Las propiedades del Acrilonitrilo Butadieno Estireno o ABS fueron tomadas como se especifican a continuación:

$$\rho = 1060 \text{ Kg/m}^3$$

$$k = 0.17 \text{ W/mK @23}^\circ\text{C}$$

$$c = 1300 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

## 2.4 Calibración y validación del modelo

Para realizar las pruebas de calibración y validación del modelo se preparó un entorno controlado. Se diseñó e implementó una cubierta para encerrar el espacio de trabajo de la Lulzbot TAZ 5 de forma tal que la temperatura se mantuviera estable durante las pruebas. Las fluctuaciones de temperatura son una fuente importante que inducen errores, es la transferencia de calor no deseada. Se escogieron paredes de dióxido de carbono en estado sólido por su baja conductividad térmica. Para filmar el comportamiento térmico de los diferentes especímenes fue necesario montar la cámara termográfica Mobir M8 de tal modo que tomara imágenes de todas las capas, aunque el espécimen se estuviera moviendo durante el proceso. En la figura 2 se presenta la pieza cuadrada que fue el objeto de análisis cuyas dimensiones son de 40 mm x 40 mm.

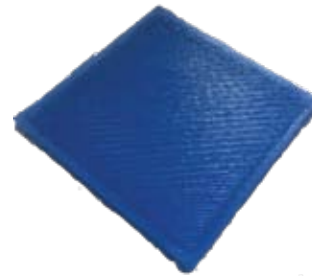


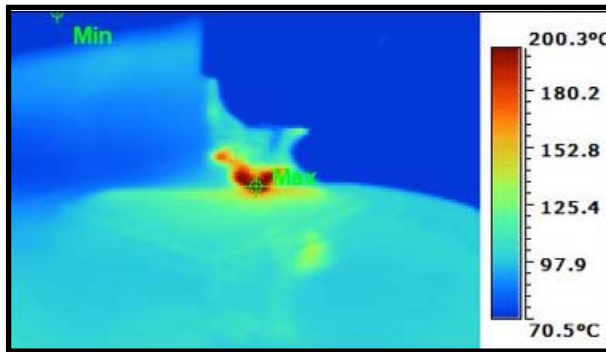
Figura 2. Pieza impresa para el análisis de transferencia de calor.

Después de construida la cubierta se observó una fluctuación de temperatura baja comparada con el espacio de trabajo abierto. A condiciones de impresión constante medimos una temperatura cuasi constante de 41°C dentro del espacio de impresión logrando uno de nuestros objetivos.

En el proceso de calibración del modelo, se utilizó una cámara termográfica para lograr captar imágenes que dan a conocer el perfil de temperatura en la pieza impresa. Posteriormente fue llevado a cabo un procesamiento de imágenes mediante el *software* Matlab para

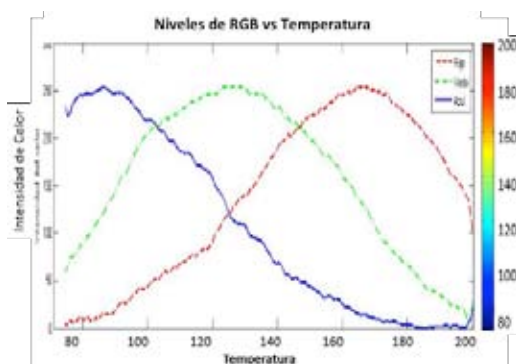
obtener información acerca de la distribución de temperatura en algunas de las capas de impresión.

El procesamiento de imágenes se realizó con el objetivo de obtener información acerca de un pixel en específico y luego comparar el valor de composición de color en términos de la intensidad de los colores primarios de la luz (RGB) con el valor de RGB asociado a cada temperatura utilizando la escala de temperatura (ver figura 2).



**Figura 3.** Imagen de la variación de la temperatura sobre la pieza.

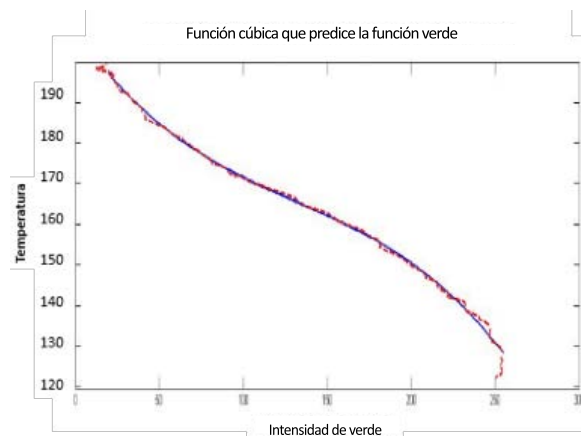
En la etapa de calibración del modelo se utilizaron las imágenes obtenidas con la cámara termográfica para obtener el campo de temperatura superficial de la pieza para diferentes instantes de tiempo. Las temperaturas superficiales se utilizaron para estimar mediante el Método de Mínimos Cuadrados (MMC) los coeficientes de la ecuación (3), como se mostrará en la siguiente sección.



**Figura 4.** Gráfica de los componentes de color RGB vs Temperatura (75°C a 200°C).

Como primer paso, fue necesario encontrar una función que relacionara las intensidades de los componentes RGB de cada píxel de la imagen con su temperatura. Cada imagen captada con la cámara (ver figura 3) viene acompañada de una escala o mapa de color que muestra la relación entre las temperaturas y los colores de la imagen, lo cual se aprovechó para obtener el campo térmico.

Si se grafican los componentes RGB de los colores en dicha escala como función de la temperatura, se obtiene la gráfica mostrada en la figura 4. En vista de que ninguna de las curvas relacionaba de forma unívoca la intensidad del color con la temperatura, se decidió dividir la función del tono verde en dos segmentos (antes y después del punto máximo) y usar el valor del tono azul como condición para el uso de uno u otro segmento. Luego estas curvas se aproximaron con funciones cúbicas usando en método de mínimos cuadrados como se muestra en la figura 5 para el primer segmento.



**Figura 5.** Aproximación de tercer orden mediante mínimos cuadrados para obtención del valor de la temperatura.

### 2.5 Método de Mínimos Cuadrados

Para la aplicación del MMC se expresó la derivada de la temperatura con el tiempo como la función a aproximar, en término del laplaciano  $\Delta T_{ij}$  y de las diferencias

de temperaturas  $(T_{ij}-T_L)$  y  $(T_{ij}-T_\infty)$ , las cuales serían ahora  $X_1$ ,  $X_2$  y  $X_3$ , respectivamente, en la ecuación de regresión:

$$Y = b_0X_1 + b_1X_2 + b_2X_3$$

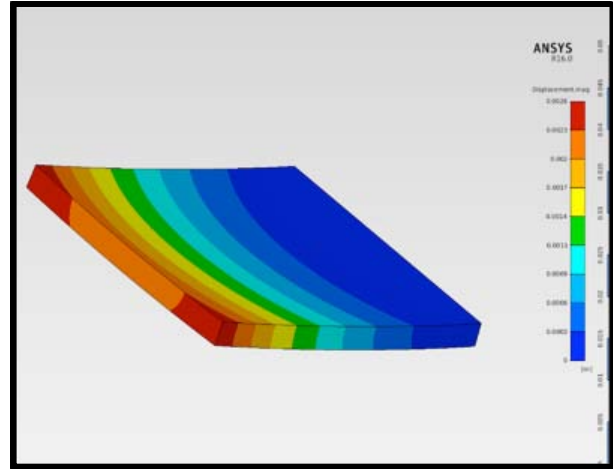
Se utilizaron 150 valores de puntos aleatorios de imágenes térmicas consecutivas, estas se extrajeron del video captado a 12 FPS (cuadros por segundo). El cálculo del laplaciano discreto se realizó con los elementos vecinos igual que como se hizo en el modelo. Los valores obtenidos utilizando la función *regress* de Matlab [6] y que fueron incorporados después al modelo de la ecuación [3] son:

$$\alpha = b_0 = -1.2905 \times 10^{-6} \quad b_1 = -3.5523 \\ b_2 = -0.4112$$

Estos coeficientes son del mismo orden de magnitud de los valores calculados teóricamente. Para la validación se utilizó otro conjunto de puntos y con los coeficientes obtenidos. Se calculó el cambio de temperatura de un cuadro (frame) sucesivo, arrojando un error de estimación de aproximadamente 15%.

### 3. Aplicación

Luego de encontrar y ajustar la expresión matemática que describe la distribución de temperatura sobre la superficie de la pieza, se hizo uso de esta para elaborar un programa capaz de determinar la evolución en el tiempo del campo de temperatura, esto a su vez puede utilizarse en un programa de elementos finitos multifísico con acoplamiento de campo y deformación térmica, para así determinar fenómenos tales como el de pandeo. Como muestra de esto, se utilizó el módulo AIM del *software* ANSYS para obtener una simulación de estas deformaciones usando el campo de temperatura generado por nuestro modelo. La imagen se muestra a continuación:



**Figura 6.** El campo de temperaturas estimado con el modelo híbrido se utilizó como condición de frontera para el programa de análisis de elementos finitos, ANSYS.

### Agradecimientos

Queremos agradecer la ayuda prestada por el profesor Humberto Rodríguez, jefe del Laboratorio de Análisis, Diseño y Simulación, por su paciencia y disponibilidad en todo momento siendo así el impulsor de nuestro interés en esta investigación. De igual manera, se agradece a la oficina de ahorro energético de la UTP por brindarnos el apoyo con el equipo termográfico de medición de temperatura.

### 4. Conclusiones

Con el fin de mejorar la calidad en la impresión de las piezas, se elaboró un modelo matemático de transferencia de calor capaz de representar la variación de temperatura en la superficie de una pieza. Se obtuvo un modelo de transferencia de calor del proceso de manufactura por deposición fundida para la capa superior el cual fue calibrado y validado obteniendo un error razonable. Con este modelo se podrá estimar la contracción térmica a partir del coeficiente de expansión térmica del material de una manera sencilla. Esto a su vez permitirá estimar con mayor precisión las dimensiones de las piezas que se fabrican por este medio de manufactura.

Se propone como estudio investigar cómo predecir las deformaciones globales utilizando el modelo desarrollado.

## REFERENCIAS

- [1] Y. Jin, H. Li, Y. He. “Quantitative analysis of surface profile in fused deposition modelling” Elsevier Journal, 2015.
- [2] S. Singamneni, A. Roychoudhury, O. Diegel, B. Huang. “Modeling and evaluation of curved layer fused deposition”, Elsevier Journal, 2011.
- [3] P.J. Nuñez, A. Rivas, E. García-Plaza, E. Beamud, A. Sanz-Lobera. “Dimensional and Surface texture characterization in deposition modeling (FDM) with ABS plus”. Publicado por Elsevier Ltd, 2015.
- [4] E. Umez-Eronini. “Dinámica de sistemas y control”. S.A. Ediciones Paraninfo. Edición 2001.
- [5] D. Seborg, E. Thomas, D. Mellichamp. “Process Dynamics and Control”. 2da Edición.
- [6] R. González. “Digital Image Processing Using Matlab”, 2da Edición. Editorial Gatesmark Publishing, 2010.