

Figura 1. Efecto del pH en la absorción del fenol por el SBCM

NOTA PRELIMINAR DE CONVECCION TERMICA EN UNA CAVIDAD

**Angel M. Bethancourt L. Ph.D.
The Institute of Space and Astronautical Science, Japan**

Un estudio numérico preliminar fue conducido para analizar los procesos de convección térmica en una cavidad sujeta a transferencia de calor en las paredes verticales y llena con un fluido incompresible que obedece la aproximación de Boussinesq. Las ecuaciones de continuidad, momento y energía son resueltas usando diferencias finitas (método multi-direccional) con un esquema "upwind" de tercer orden para los términos no-lineales. Los patrones de flujo son analizados en detalle bajo las condiciones $10^3 \leq Ra \leq 10^6$. Atención es puesta en la condición cuando el número de celdas utilizadas no es suficiente para resolver la capa límite térmica.

1. Introducción

Los procesos térmicos en una cavidad con las paredes horizontales sometidas a una condición adiabática y las paredes verticales, bajo la condición de temperatura constante T_c y T_h ($\Delta T \equiv T_h - T_c$) ha sido frecuentemente usada para verificar las propiedades de los algoritmos. Resultados por un amplio rango de valores del número de Rayleigh han sido reportados en la literatura [1],[2].

En [1], resultados fueron obtenidos basados en la configuración antes descrita, y número de Rayleigh 10^3 , 10^4 , 10^5 y 10^6 . Un detallado análisis de los campos de velocidad y temperatura, como también de los coeficientes de transferencia de calor fueron reportados. Estos resultados sirvieron como referencia para la evaluación de varios métodos numéricos y programas de computadora [2]. En [3], modificaciones a las ecuaciones básicas fueron implementadas para tomar en cuenta cuando grandes diferencias en temperatura ($\Delta T \equiv T_h - T_c$), y la aproximación de Boussinesq no es válida. Los efectos de esta condición en los campos de velocidades y temperaturas fue estudiada en detalle, como también los efectos en el valor crítico del número de Rayleigh para que las inestabilidades estáticas y oscilatorias ocurran.

En las publicaciones antes mencionadas fue obvio que suficiente número de celdas tienen que ser utilizadas para resolver la capa límite que se desarrolla en las paredes sujetas a calentamiento o enfriamiento, en caso contrario los resultados obtenidos no corresponderán a los esperados. Sin embargo, un incremento en el número de celdas (especialmente si el tamaño de las celdas es uniforme) necesariamente implica un incremento en el tiempo de computación y

en la necesidad de memoria adicional para mantener la información. Este es el caso cuando tenemos números de Rayleigh Ra grandes. En [4], la relación entre viscosidad y la capa límite ($\nu_{\text{boundary}} : \delta^2$) es incorporada explícitamente en el algoritmo, donde el tamaño de la capa límite δ es relacionado con el tamaño de la celda. Esto fue propuesto como una manera "razonable" de incorporar los efectos de la capa límite en la simulación sin necesidad de un incremento desmesurado de celdas. Resultados de los campos de flujo y vorticidad en una cavidad a un número de Reynolds Re grande 10^6 fueron presentados en [4]. El transiente de las estructuras conteniendo los vórtices fueron utilizados para mostrar la transición a flujo turbulento.

Esta nota pretende estudiar la aplicación de la relación presentada en [4] a problemas con transferencia de calor. Para ese efecto, la configuración de referencia [1] es utilizada, y simulaciones son llevadas a cabo a número de Rayleigh $10^3 \leq Ra \leq 10^6$. Resultados son presentados en términos de coeficientes de transferencia de calor y campos de flujo.

2. Método de Solución

2.1 Ecuaciones Básicas

El flujo obedece las ecuaciones de conservación de masa, Navier-Stokes y energía. Un esquema del modelo físico y sistema de coordenadas es mostrado en la Figura 1. Adicionalmente, las siguientes condiciones son asumidas: 1. flujo incompresible, 2. análisis es efectuado en dos dimensiones, 3. la aproximación de Boussinesq es válida.

2.2 Método de discretización.

Las ecuaciones básicas son discretizadas utilizando el método de diferencias finitas. El procedimiento de solución está basado en el método de proyección, por

lo tanto, el campo de presión es obtenido resolviendo la ecuación de Poisson. El tamaño de las celdas es mantenido constante (uniforme).

Las derivadas espaciales son discretizadas utilizando diferencias finitas centrales de segundo orden con la excepción de los términos convectivos no-lineales en los cuales un esquema de tipo UPWIND de tercer orden es usado [5]. La integración en el tiempo es llevada a cabo usando el método implícito de Crank-Nicolson. Este método tiene una precisión de segundo orden. Las ecuaciones básicas y la ecuación de Poisson son resueltas iterativamente a cada intervalo de tiempo usando el método de SOR (successive overrelaxation) en conjunto con una técnica de multiceldas (multigrid). Un sistema de 32x32 celdas es utilizado en el presente artículo, posteriormente sistemas de 64x64 y 128x128 son usados para mostrar las diferencias a número de Rayleigh grandes, como también la validez de la relación presentada en [4].

2.3 Condiciones de Frontera.

Como es mostrado en la Figura 1, las siguientes condiciones son impuestas: los componentes del vector de velocidad son cero en las paredes de la cavidad, no flujo de calor a través de las paredes horizontales, un valor constante de temperatura es mantenido en la pared fría ($T_c = T_o - \Delta T/2$) y la pared caliente ($T_h = T_o + \Delta T/2$). Inicialmente, los fluidos están inmóviles y mantenidos a igual temperatura T_o ; entonces, los cambios térmicos en las condiciones de frontera son impuestos y la simulación numérica empieza.

3. Resultados y Discusión.

Durante las presentes simulaciones, los siguientes valores fueron utilizados para representar las propiedades físicas de los fluidos: $Pr=0.709$,

$T_o=295K$, $\Delta T=2.95K$ (Nota: Pr es el número de Prandtl) y $H/L=1.0$

Los valores del número de Nusselt ($Nu=hL/\kappa$) obtenidos en [1] son presentados en la Tabla 1. Hay que aclarar que los valores en [1] son valores extrapolados de las soluciones originales en diferentes sistema de celdas, esto con el objeto de aumentar la precisión de las respuestas. Las presentes simulaciones (Tabla 2) reproducen los valores adecuadamente aun cuando el tamaño del sistema de celdas es pequeño (32x32). Los valores entre paréntesis representan la diferencia porcentual cuando los presentes valores son comparados con los valores de referencia. Cuando el número de Rayleigh es 10^5 y 10^6 , claramente se muestra que la resolución del sistema de celdas no es adecuado y que la capa límite térmica no es definida apropiadamente. Con el objeto de mejorar la evaluación de la transferencia de calor en las paredes, la correlación

$$v_{\text{boundary}} \propto h^2 \quad (\text{donde } h \text{ es el tamaño de la celda})$$

descrita en [4] es usada. Los valores obtenidos son presentados en la Tabla 3 para $Ra=10^5, 10^6$. Se puede observar que en general los valores cuando $Ra=10^5$ muestran un ligero mejoramiento en las propiedades. Sin embargo, cuando el número de Rayleigh es aumentado ($Ra=10^6$), claramente se muestra un deterioro en los valores calculados dentro de la cavidad, hay que recordar que debido a que estamos normalizando la coeficiente de viscosidad en las paredes, el campo de velocidad es severamente afectado. Por el contrario se puede apreciar que el valor del número de Nusselt en la pared es apropiadamente calculado. En este artículo, el valor del coeficiente de viscosidad es calculado a través del promedio aritmético entre la viscosidad del fluido y la viscosidad de la pared. Cambios (que no son mostrados en la presente nota) en la forma de evaluar este valor han mostrado un mejoramiento en la

evaluación de los campos de flujo, lo cual sugiere que este valor puede ser optimizado para obtener mejores resultados. Esto y una apropiada resolución (sugerida por los resultados obtenidos cuando $Ra=10^5$) en el sistema de celdas. Finalmente, la Figura 2 muestra la distribución de velocidad a $y=0.5$. Se puede observar que cuando $Ra=10^5$, el perfil de velocidad es adecuadamente reproducido aun cuando un sistema de celdas 32×32 es usado. Se puede comprobar que al menos una de las celdas está dentro de la capa límite. Cuando $Ra=10^6$, la modificación del coeficiente de viscosidad en las paredes, incrementa el tamaño de la capa viscosa afectando considerablemente los patrones de flujo dentro de la cavidad.

4. Conclusiones

Las propiedades de transporte en una cavidad fueron estudiadas numéricamente. A número de Rayleigh grandes, una modificación en el coeficiente de viscosidad en las paredes fue introducido para compensar por el tamaño del sistema de celdas utilizado. Cualitativamente los patrones de flujo reproducen el comportamiento esperado, sin embargo, cuando $Ra=10^6$ cuantitativamente la solución se deteriora. Una optimización del coeficiente de viscosidad en las paredes y del sistema de celdas parece ser necesario, al menos para el flujo interno bajo consideración.

Referencias

- 1) De Vahl Davis, G., 1983, "Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Bench Mark Numerical Solution," *Int. J. Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, pp. 246-64
- 2) De Vahl Davis, G., and Jones, I.P., 1983, "Natural Convection in a Square Cavity: A Comparison Exercise", *Int. J. Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, pp. 227-248
- 3) Chenowet, D.R., and Paolucci, S., 1986, "Natural Convection in an Enclosed Vertical Air Layer with Large Horizontal Temperature Differences," *J. Fluid Mech.*,

vol. 169, pp. 173-210

- 4) Kuwahara, K., 1998, "Cavity Flow a high Reynold Number," *Japan 12th Symposium on Numerical Fluid Dynamics*, pp. 451
- 5) Kuwamura, T., and Kuwahara, K., 1984, "Computation of high Reynolds number flows around a circular cylinder with surface roughness," *ALAA paper 84-0340*

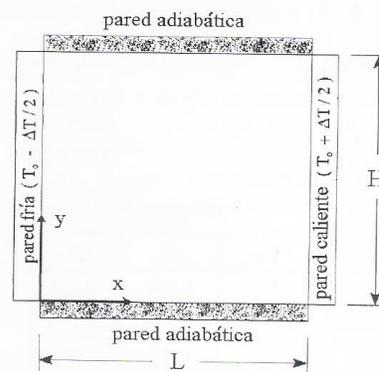


Figura 1. Esquemático del modelo físico y del sistema de coordenadas

Ra	10^3	10^4	10^5	10^6
Nu	1.118	2.243	4.519	8.800
$Nu_{1/2}$	1.118	2.243	4.519	8.799
Nu_h	1.117	2.238	4.509	8.817

Tabla 1. Valores de referencia de acuerdo a referencia [1]. (Nota: Nu es el número de Nusselt integrado en toda la cavidad, $Nu_{1/2}$ es el número de Nusselt integrado a $x=0.5$, Nu_h es el número de Nusselt integrado en la pared caliente).

Ra	10^3	10^4	10^5	10^6
Nu	1.134 (1.43)	2.263 (0.9)	4.434 (1.9)	8.576 (2.53)
$Nu_{1/2}$	1.127 (0.8)	2.312 (3.0)	4.364 (3.4)	8.585 (2.43)
Nu_h	1.140 (1.97)	2.300 (2.8)	4.523 (0.3)	8.198 (7.0)

Tabla 2. Soluciones de las presentes simulaciones.

Ra	10^5	10^6
Nu	4.504 (0.33)	10.623 (20.72)
$Nu_{1/2}$	4.503 (0.35)	11.192 (27.18)
Nu_h	4.547 (0.84)	8.783 (0.38)

Tabla 3. Soluciones introduciendo la correlación usada en referencia [4].

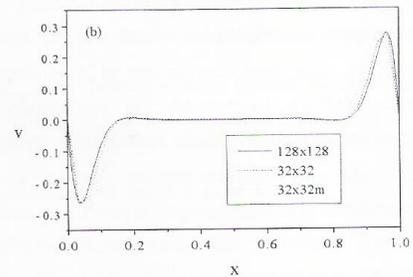
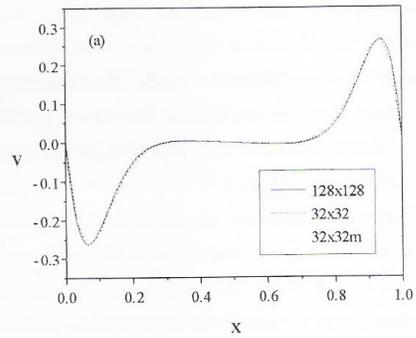


Figura 2. Distribución de velocidades a $y=0.5$. (a) $Ra=10^5$, (b) $Ra=10^6$. (Nota: los números indican el tamaño del sistema de celdas, y la m cuando la viscosidad es modificada en las paredes)