

Simulación numérica de los procesos convectivos en un sistema con dos fluidos de diferentes propiedades: Efectos de las condiciones de frontera. (Reporte Preliminar)

Angel M. BETHANCOURT L. Institute of Computational Fluid Dynamics, Japón

Los procesos que ocurren en una cavidad de dos dimensiones, llena con dos fluidos, son estudiados a través de un modelo numérico. Los efectos de la tensión superficial y de las fuerzas gravitacionales son incorporados en la discretización del problema. En adición, la interface entre los fluidos es permitida que se deforme, y su posición es obtenida como parte de la solución del problema. En este artículo, la atención es dirigida al estudio de los efectos de las condiciones de frontera en la evolución de las distribuciones de velocidad y temperatura dentro de la cavidad.

Palabras Claves: Convección, Termo-capilaridad, Interfaces deformable, Sistema de dos fluidos.

1. Introducción

La mayoría de los estudios relacionados con un sistema con dos fluidos asumen que la interface no sufre deformación alguna. En tal sistema, las ecuaciones de los balances de calor y fuerza en la interface son simples ya que la presión en ambos lados de la interface es asumida igual y los efectos de la curvatura de la interface no son tomados en cuenta. Recientemente ^{[1],[2],[3]}, un modelo numérico que permite la deformación de la interface fue implementado. Una extensiva evaluación del modelo fue llevada a cabo, en el cual los resultados numéricos fueron comparados con similar experimentos reportados en la literatura ^{[4],[5],[6]}.

El entendimiento de la transferencia de calor y masa en un sistema de dos fluidos es de gran importancia desde el punto de vista de investigación básica como también en un gran número de aplicaciones prácticas. Como ejemplos, podemos citar, sistemas de conservación de energía solar, en la producción de cristales y en el estudio de procesos convectivos en un ambiente bajo la condición de microgravedad ^{[7],[8],[9]}.

Por lo general, en los antes mencionados artículos, una cavidad con las siguientes condiciones fue considerada: paredes verticales mantenidas a temperatura constante mientras que a través de las paredes horizontales no se permitió flujo de calor (caso de referencia). El objetivo de este artículo es el de estudiar como los cambios en las condiciones de frontera afectan los procesos convectivos dentro de la cavidad. Comparaciones se llevarán a cabo con respecto al caso de referencia. En este artículo, tres (3) casos adicionales son considerados, en los cuales las siguientes modificaciones (con respecto al caso de referencia) son implementadas: a) Caso 1, la temperatura en la pared superior presenta una variación lineal, b) Caso 2, la temperatura en la pared inferior presenta una variación lineal, c) Caso 3, la temperatura en las paredes superior e inferior presentan una variación lineal.

2. Formulación Matemática

Un esquemático del sistema considerado es mostrado en la figura 1. En este artículo, las ecuaciones de Navier-Stokes incluyendo la aproximación de Boussinesq en dos dimensiones son resueltas.

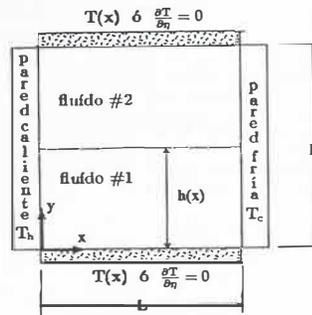


Fig. 1 Esquemático del sistema con dos fluidos

En adición, el flujo es asumido como incompresible.

$$D = \partial_t u_i = 0 \quad (1)$$

$$\partial_r u_i + u_j \partial_j u_i = - \left[\lambda + \frac{1-\lambda}{\rho_r} \right] \partial_i p \quad (2)$$

$$\begin{aligned} &+ \left[\frac{\lambda + (1-\lambda)\nu_r}{Gr_1} \right] \partial_j \partial_j u_i + [\lambda + (1-\lambda)\beta_r] \theta \delta_{i2} \\ \partial_r \theta + u_j \partial_j \theta &= \left[\frac{\lambda + (1-\lambda)\alpha_r}{Pr_1 Gr_1^{\frac{1}{2}}} \right] \partial_j \partial_j \theta \end{aligned} \quad (3)$$

El parámetro λ es usado para controlar la asignación de las propiedades de los fluidos durante el transcurso de la computación.

$$\lambda = \begin{cases} 1 & \text{en el nivel inferior, (fluido \#1)} \\ 0 & \text{en el nivel superior, (fluido \#2)} \end{cases}$$

Durante la normalización de las ecuaciones, las escalas de referencia utilizadas son: L para la distancia, $(\nu\alpha)_1^{1/2}/L$ $(GrPr)_1^{1/2}$ para la velocidad y $\rho_1 u_{ref}^2$ para la presión. Los subíndices 1 y 2 indican las condiciones en el nivel inferior y superior. En las ecuaciones, $\rho_r = \rho_2/\rho_1$, $\nu_r = \nu_2/\nu_1$, $\alpha_r = \alpha_2/\alpha_1$, $\beta_r = \beta_2/\beta_1$, $\mu_r = \mu_2/\mu_1$. La temperatura θ es normalizada usando $\theta = (T - (T_h + T_c)/2) / (T_h - T_c)$. Como las propiedades del fluido #1 son usadas como los valores de referencia, los parámetros relevantes en las ecuaciones son el número de Grashof $Gr_1 = (g\beta_1 L^3 (T_h - T_c)) / \nu_1^2$ y el número de Prandtl $Pr_1 = \nu_1 / \alpha_1$.

El sistema está compuesto de dos fluidos que ocupan la misma cantidad de volumen. Inicialmente, la interface es plana; los campos de velocidad ($u = v = 0$) y temperatura ($\theta = 0$) son constantes. De repente, cuando $t = 0$, el valor de la temperatura en las paredes de la cavidad son cambiadas. Las condiciones generales en las paredes son:

$$\begin{aligned} x=0; & \quad \theta = 0.5, & u = v = 0 \\ x=L; & \quad \theta = -0.5, & u = v = 0 \\ y=0; & \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \text{ (Casos Ref. y 1),} & u = v = 0 \\ & \quad \theta = \theta_h + \frac{\tau}{L}(\theta_c - \theta_h) \text{ (Casos 2 y 3)} \\ y=H; & \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \text{ (Casos Ref. y 2),} & u = v = 0 \\ & \quad \theta = \theta_h + \frac{\tau}{L}(\theta_c - \theta_h) \text{ (Casos 1 y 3)} \end{aligned}$$

En la interface, un balance completo de las ecuaciones de conservación de masa, fuerza y calor es llevado a cabo, y las ecuaciones que resultan son:

$$\text{Conservación de masa: } u_1 n_i = u_2 n_i = 0 \quad (4)$$

$$\text{Balance de Fuerzas: } (p_1 - p_2 + \sigma \kappa) n_i = (\tau_{ik}^1 - \tau_{ik}^2) n_k + \partial_i \sigma \quad (5)$$

$$\text{Balance de Calor: } k_1 \partial_i T_1 = k_2 \partial_i T_2 \quad (6)$$

2.1 Modelo numérico

El procedimiento para resolver el sistema de ecuaciones es basado en el algoritmo PISO^[10]. Derivadas espaciales son discretizadas utilizando el método de diferencias finitas centrales de segundo orden, con la exclusión de los términos convectivos en los cuales una discretización de tercer orden^[11] es efectuada.

El método de Euler es utilizado para llevar a cabo la integración en el tiempo. En el presente artículo, una red de 65x65 nodos es utilizada en todas las simulaciones. La convergencia es declarada cuando el residuo de las ecuaciones básicas es menor que 10^{-3} . Con el fin de obtener una mayor resolución cerca de las paredes y en la interface, un sistema generalizado de coordenadas es utilizado para producir una mayor concentración de nodos en estas áreas. En estas simulaciones, la siguiente expresión algebraica es usada^[12]:

$$\eta = \zeta + (1 - \zeta) \cdot \frac{\ln\left\{\left\{\phi + \frac{[2\zeta+1]y}{H} - 2\zeta\right\} / \left\{\phi - \frac{[2\zeta+1]y}{H} + 2\zeta\right\}\right\}}{\ln\left\{\left\{\phi + 1\right\} / \left\{\phi - 1\right\}\right\}} \quad (7)$$

ϕ es el parámetro que controla el grado de concentración de los nodos y ζ especifica donde la concentración está

localizada. Debido a que la posición de la interface cambia con el tiempo, una recalculación del sistema de coordenadas es llevada a cabo a medida que el proceso avanza con el tiempo.

3. Resultados

En este estudio, un sistema compuesto de H_2O en la parte inferior y $C_{16}H_{34}$ en la parte superior es utilizado. Es la misma combinación usada en estudios previos^{[10,4],[5]}. Los valores de las propiedades son: $Pr_1 = 5$, $Gr_1 = 5.26 \times 10^6$, $Ma = 2.9 \times 10^2$, $Ca = 5.4 \times 10^4$, $\rho_r = 0.7731$, $\beta_r = 2.7627$, $\alpha_r = 0.5701$, $k_r = 0.1734$, $\mu_r = 3.4636$. (Nota: ρ densidad, β coeficiente de expansión volumétrica, α coeficiente de difusividad térmica, k coeficiente de conductividad térmica, μ viscosidad dinámica).

Los resultados del caso de referencia son mostrados en las figuras 2 y 3. Como puede ser visto, una gran porción de la masas en ambos niveles está rotando en la dirección del reloj. Para reforzar el balance mecánico entre estas dos contracorrientes, pequeñas células rotando en la dirección contraria al reloj aparecen en la vecindad de la interface. Bajo las presentes condiciones, ellas aparecen en la parte superior de la interface aun cuando el efecto de la gravedad es mayor en la parte superior ($\beta_r > 1$). Esto es atribuido a los efectos de la tensión superficial, la cual produce un flujo a lo largo de la interface (de la pared caliente hacia la pared fría). Como los gradientes de velocidad a lo largo de la interface son mayores en la vecindad de las paredes, el flujo de calor es incrementado en estas áreas. En el parte central de cada fluido, las líneas de temperatura constante son básicamente horizontales y la distribución en forma de S alrededor de la interface indica que el calor es transportado del nivel inferior al nivel superior. Como consecuencia, en la pared caliente/ fría, los valores de Nu son menores/ mayores en el nivel superior cuando son comparados con el nivel inferior (como lo muestra la figura 3). También, debido a los efectos de la tensión superficial, los valores máximos aparecen en la región cercana a la interface.

En todos los casos, un comportamiento oscilatorio es observado dentro de la cavidad. Una área de marcados gradientes en los esfuerzos cortantes es introducida a lo largo de la interface debido a los efectos de la tensión superficial (número de Marangoni). Este efecto en conjunto con los gradientes de temperatura crean un área de generación de vórtices. Durante el transcurso de las simulaciones, se puede observar que un par de vórtices son periodicamente liberados de un área de la interface que coincide con el lugar en el cual el pequeño vórtice (pero de gran intensidad) rotando en el sentido contrario al reloj interactúa con el flujo del fluido #2 que está rotando en sentido del reloj.

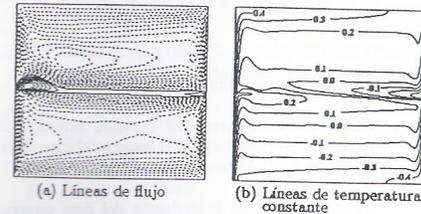


Fig. 2 Caso de referencia: $|\psi_1|_{max} = 0.0173$, $|\psi_2|_{max} = 0.0155$

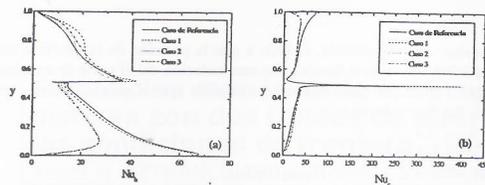


Fig. 3 Distribución del coeficiente de transferencia de calor a lo largo de la pared: (a) caliente, (b) fría

Basados en los resultados del caso de referencia, los efectos de los cambios en las condiciones de frontera serán investigados. Los efectos en los procesos de transferencia de masa y calor son mostrados en las figuras 3 y 4. Las líneas de flujo y de temperatura constante son mostradas en la figura 4 para todos los casos. Es observado que las características generales de flujo y calor son similares a las antes descritas (caso de referencia), con la exclusión del área cercana a las paredes horizontales, en las cuales gradientes de temperatura aparecen indicando que el calor es transmitido a través de las paredes. En los casos 1 y 3, las líneas de flujo muestran una mayor interacción a lo largo de la interface. Como veremos más adelante, esto es atribuido a los cambios en el campo de velocidad que ocasiona el cambio de frontera en la pared superior. Tal efecto no es observado en el caso 2, un indicativo que bajo las condiciones del presente sistema, el calor que es transmitido hacia la cavidad no ha alcanzado un grado límite como para promover una situación inestable en el sistema (por ejemplo, el fenómeno de Bernard).

La figura 5 muestra los vectores de velocidad del caso de referencia y del caso 1 (comportamiento similar es observado en el caso 3). Como puede ser observado, la magnitud de las oscilaciones del campo de velocidad son intensificadas. Cuando el número de Rayleigh es lo suficientemente grande, se puede observar que un vórtice es periódicamente generado en la pared superior (cerca de la esquina con la pared fría); una vez que es liberado, inicia su recorrida a lo largo de la parte superior de la pared fría y de la interface. El origen de la generación de este vórtice es atribuido a cierta inestabilidad producida por los gradientes de densidad que se originan en esta región debido a la condición de frontera impuesta.

La deformación de la interface es mostrada en la figura 6. Como puede apreciarse, bajo las condiciones del presente experimento numérico, la deformación de la interface es mínima, alcanzando un máximo de aproximadamente 2% con respecto a la altura inicial.

Finalmente, la figura 7 muestra la evolución en el tiempo del número de Nusselt (un valor negativo indica un pérdida de calor del sistema). Claramente se puede observar que existe un positivo/negativo flujo de calor a través de la pared inferior/superior de acuerdo a la condición de frontera que se imponga. Sin embargo, los niveles de flujo de calor dentro del sistema son del mismo orden de magnitud.

4. Conclusiones

Bajo las condiciones del presente artículo, cuando comparaciones son efectuados con respecto al caso de referencia, las siguientes conclusiones son obtenidas:

- **Caso 1.** Con la exclusión del área cercana a la pared superior, el campo de temperatura es básicamente el mismo. Sin embargo, hay una pérdida de calor a través de la pared superior. Cuando el número de Rayleigh es lo

suficientemente grande, las oscilaciones del campo de velocidad son intensificadas y un vórtice es generado periódicamente en la pared superior cerca de la esquina con la pared fría.

- **Caso 2.** En este caso, el flujo de calor es positivo, causando una disminución en el coeficiente de transferencia de calor en la pared caliente. Las oscilaciones en ambos fluidos son comparables a las del caso de referencia. El antes mencionado fenómeno de generación de vórtices no es observado. Este fenómeno no ocurre en el fluido inferior.
- **Caso 3.** Los niveles de coeficiente de transferencia de calor son similares a los del caso 2. Los antes mencionados efectos de los casos 1 y 2 son observados.

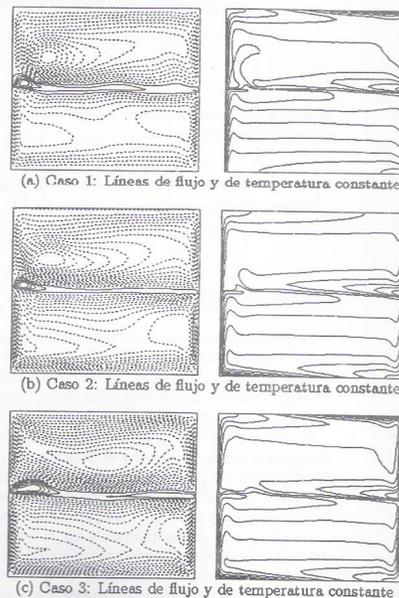
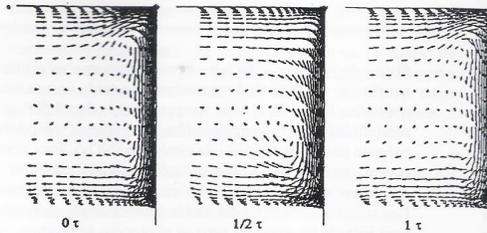
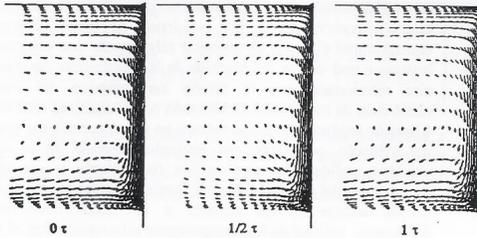


Fig. 4 (a) caso 1: $|\psi_1|_{\max} = 0.0182$, $|\psi_2|_{\max} = 0.0399$, (b) caso 2: $|\psi_1|_{\max} = 0.0236$, $|\psi_2|_{\max} = 0.0304$, (c) caso 3: $|\psi_1|_{\max} = 0.0234$, $|\psi_2|_{\max} = 0.0279$



(a) Campo de velocidad del caso 1: Pared superior con distribución de temperatura lineal.



(b) Campo de velocidad del caso de referencia: Pared superior bajo la condición de no flujo de calor.

Fig. 5 Comparación de los vectores de velocidad entre el caso de referencia y el caso 1

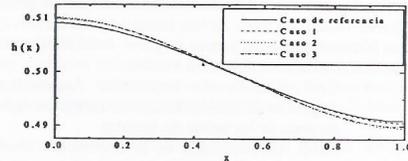


Fig. 6 Deformación de la interface

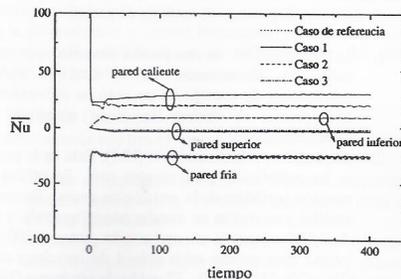


Fig. 7 La evolución con el tiempo del coeficiente de transferencia de calor

Referencias

- [1] Bethancourt, A., Hashiguchi, M., Kuwahara, K. and Hyun, J.M., "Natural Convection of a Two-layered Fluid in a Side-heated Cavity", *International Journal Heat and Mass Transfer* to be published.
- [2] Bethancourt, A., Hashiguchi, M., Kuwahara, K. And Hyun, J.M. (1998), "Convection in a Vertically Heated Cavity Filled with Two Stratified Fluids Layers", *AIAA 36th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, Reno, Nevada (Also AIAA paper 98-0444)
- [3] Bethancourt, A., Hashiguchi, M., Kuwahara, K. and Hyun, J.M. (1997) "Convection in a Vertically Heated Cavity Filled with Two Stratified Fluids Layers", *Proceedings of the 2nd International Symposium on Heat and Mass Transfer*, Kyoto, Japan, pp. 7.
- [4] Ramachandran, N., (1993), "Thermal Bouyancy and Marangoni Convection in a Two Fluid Layered System", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 7, No. 2, pp. 352
- [5] Sparrow, E. M., Azevedo, L. F. A., and Prata, A. T. (1986), "Two-Fluid and Single Fluid Natural Convection Heat Transfer in an Enclosure", *ASME Journal of Heat Transfer*, 108, pp. 848.
- [6] Kimura, T., Heya, N., Takeuchi, M. and Isomi, H., (1986) "Natural Convection Heat Transfer Phenomena in an Enclosure Filled with Two Stratify Fluids", *JSME (B)*, 52, pp. 617.
- [7] Ostrach, S., (1982), "Low-Gravity Fluid Flows", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 14, pp. 313.
- [8] Langlois, W. E., (1985), "Bouyancy-Driven Flows in Crystal-Growth Melts", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 17, pp. 191.
- [9] Schwabe, D., (1986), "Surfa-Tension-Driven Flow in Crystal Growth Metals", *Crystal*, 11, pp. 848.
- [10] Issa, R. I., (1985) "Solution of the Implicitly Discretised Fluid Flow Equations by Operator-Splitting", *J. Compt. Phys.*, 62, pp. 40.
- [11] Kuwamura, T., and Kuwahara, K., (1984), "Computation of high Reynolds number flows around a circular cylinder with surface roughness", *AIAA paper* 84-0340.
- [12] Hoffmann, K. A., (1989) *Computational Fluid Dynamics for Engineers*, Engineering Education System, Austin, Texas.